RIPASSIAMO LE BASI DELL'ELETTROTECNICA

L'articolo offre un quadro completo ed aggiornato delle leggi che regolano l'elettrotecnica, leggi che anche un tecnico pratico, quale può essere un installatore, non può esimersi dal conoscere per svolgere razionalmente il proprio lavoro.
Parte tredici: SISTEMI TRIFASI

A cura della Redazione

13.1 - Generazione di un sistema trifase

Un sistema trifase di tensioni sinusoidali può essere generato da tre spire, di-sposte spazialmente in modo simmetrico, che ruotano con velocità costante in un campo magnetico costante e uniforme. La somma vettoriale delle tensioni in un sistema trifase è nulla.

Nel Capitolo precedente sono stati esaminati i circuiti in corrente alternata monofase, cioè sistemi a due fili, nei quali circola una corrente alternata che assume una certa ampiezza e un certo sfasamento in relazione alla tensione che viene applicata al circuito. La f.e.m. agente si può immaginare generata da una o più spire che ruotano in un campo magnetico costante e uniforme (Figura 13.1).

Se la rotazione avviene a velocità costante la f.e.m. indotta sulla spira è data dalla formula:

$$e = E_M \cdot sen\ \omega t$$

Per la generazione, per la trasmissione e per gli impieghi industriali dell'energia elettrica viene però quasi sempre impiegato il sistema trifase, che è caratterizzato dalla presenza di un sistema di tre f.e.m. e di un sistema conseguente di correnti e per il quale sono necessari almeno tre conduttori.

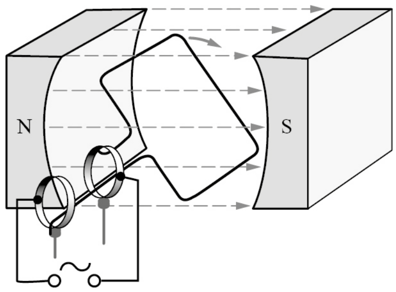


Figura 13.1 - Principio della generazione di una f.e.m. indotta in una spira ruotante in un campo magnetico.

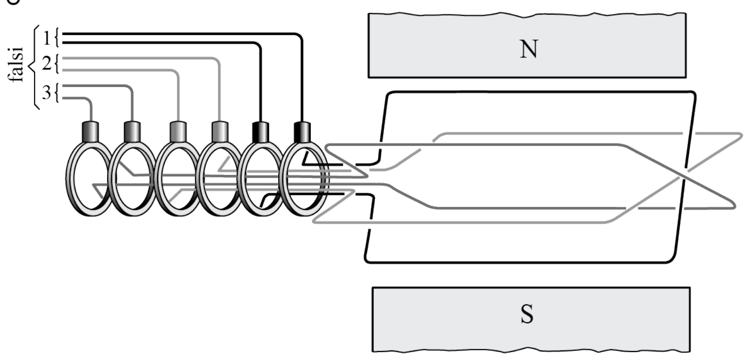


Figura 13.2 - Principio della generazione di tre f.e.m. indotte che costituiscono un sistema trifase.

La convenienza di ricorrere al sistema trifase risiede nella possibilità di meglio sfruttare le caratteristiche dei materiali magnetici e conduttori dei generatori, dei trasformatori e delle linee.

Circuiti monofasi ottenuti utilizzando parte di sistemi trifasi vengono usati per l'illuminazione e gli usi domestici.

La generazione di un sistema trifase di f.e.m. indotte è intuitivamente semplice.

Si supponga di avere tre spire identiche disposte nello spazio su piani che formano tra loro un angolo di 120° (1/3 dell'angolo giro) e che ruotano solidamente in un campo magnetico uniforme a velocità costante (Figura 13.2).

In questo caso le forze elettromotrici che si inducono nelle singole spire presentano uguale ampiezza, ma sono sfasate tra loro di 120°, cioè di 1/3 dell'intero periodo. L'andamento delle f.e.m, indotte è rappresentato nel diagramma della figura 13.3 ed esse costituiscono un sistema trifase dì f.e.m..

Tali forze elettromotrici passano per il loro zero e per il loro valore massimo in istanti diversi con una successione che dipende dal senso di rotazione delle spire. Se questi è antiorario, come indicato dalla freccia nella figura citata, vuol dire che la successione delle fasi è *1-2-3*, in caso contrario sarebbe *1-3-2*,

Nella figura 13.3 è anche riportata la rappresentazione vettoriale che si deduce dalla costruzione precedente e dalla quale si può immediatamente rilevare che la somma vettoriale delle tre tensioni è nulla.

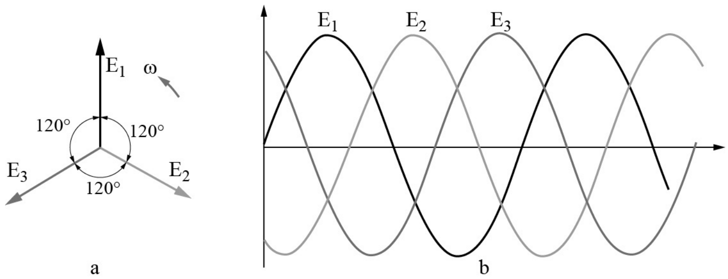


Figura 13.3 - Rappresentazione delle tensioni dì un sistema trifase simmetrico:
a - rappresentandone vettoriale;
b - andamento in funzione del tempo.

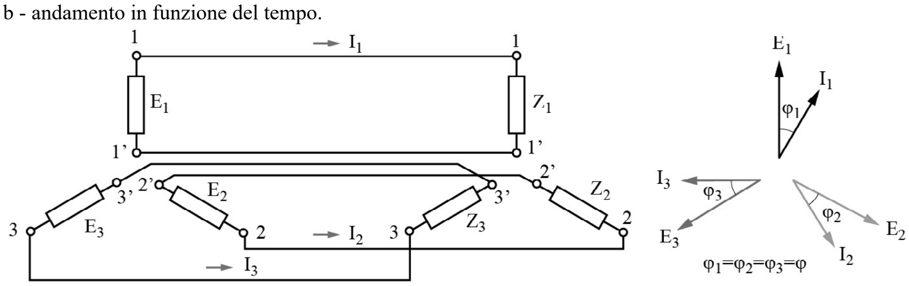


Figura 13.4 - Sistema trifase a stella nel quale i singoli circuiti sona ancora separati e relativi diagrammi vettoriali.

È questa una caratteristica fondamentale dei sistemi trifase che può essere espressa analiticamente così:

$$E_1 + E_2 + E_3 = 0$$

Un sistema di f.e.m. così concepito, è detto simmetrico e nel seguito considereremo solo questo caso che è il più frequente e al quale ci si può riferire nella larghissima maggioranza dei casi.

Si ammetta ora dì chiudere le tre spire su tre circuiti utilizzatori identici e separati (ad esempio, su tre impedenze uguali) come indicato nella figura 13.4. Nei tre circuiti si stabiliscono tre correnti di uguale valore, ciascuna sfasata dello stesso angolo φ rispetto alla tensione che l'ha generata. Le tre correnti costituiscono un sistema trifase di correnti detto equilibrato.

Dal punto di vista vettoriale la posizione reciproca dei vari vettori di tensione e corrente risulta quella indicata nella figura 13.4 già citata.

Un generatore che produce un sistema di f.e.m. del tipo descritto, si dice trifase.

13.2 - Collegamento a stella

Un gruppo di tre impedenza disposte in modo da avere un punto in comune costituiscono un collegamento a stella.

Si consideri lo schema della figura 13.4 che rappresenta i tre circuiti di fase anche dal punto di vista della successione temporale delle f.e.m.. Supponiamo per il momento che le tre impedenze Z_1, Z_2, Z_3 siano uguali.

Se riuniamo in un unico filo i tre conduttori che in figura sono indicati come conduttori di ritorno, si ottiene lo schema di figura 13.5.

In questo modo abbiamo realizzato un collegamento a stella tanto per il generatore quanto per l'utilizzatore.

Il filo che unisce i due centri stella si chiama neutro ed è percorso dalla somma vettoriale delle tre correnti I_1, I_2, I_3.

Nel caso esaminato, essendo queste ultime generate da f.e.m. che costituiscono un sistema simmetrico agente su impedenze uguali, la loro somma vettoriale è nulla:

$$I_1 + I_2 + I_3 = 0$$

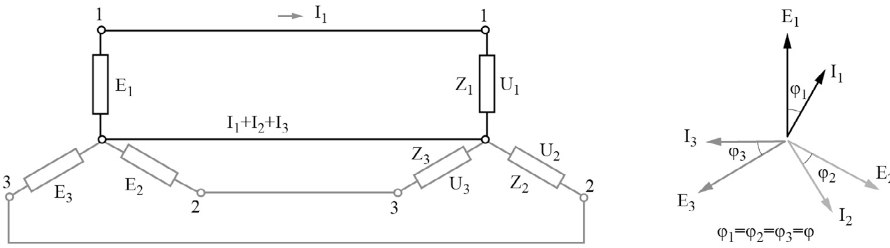


Figura 13.5 - Sistema trifase a stella nel quale i singoli circuiti sono stati riuniti e relativi diagrammi vettoriali (è presente il conduttore di neutro).

Ne consegue che nelle condizioni considerate il filo neutro non è attraversato da corrente e pertanto può essere soppresso. Il circuito si riduce allora a quello di figura 13.6 che rappresenta il classico sistema trifase a tre fili con generatore e utilizzatore entrambi collegati a stella.

In un sistema trifase simmetrico la tensione di linea è attuale alla tensione di fase moltiplicata per $\sqrt{3}$.

Si ritorni ora al sistema trifase simmetrico di tensioni che per comodità si riportano nella figura 13.7. Il diagramma vettoriale mostra immediatamente la presenza di tre tensioni dette di fase E_1, E_2, E_3 che corrispondono alle f.e.m. generate. Le tensioni di fase sono rilevabili tra ogni estremo di fase e il centro stella (o neutro).

Il sistema mette tuttavia a disposizione altre tensioni dette concatenate o di linea che indicheremo così U_{12}, U_{23}, e U_{31}che sono quelle disponibili tra ciascuna coppia di estremi delle fasi. Queste tensioni corrispondono alla differenza vettoriale tra coppie di tensioni di fase; più esattamente si ha:

$$U_{12} = E_1 - E_2 \qquad U_{23} = E_2 - E_3 \qquad U_{31} = E_3 - E_1$$

Ciò significa, ad esempio, che la tensione U_{12} è uguale alla somma del vettore E_1 e del vettore E_2 cambiato di segno, come è mostrato nella figura 13.8.

Per la proprietà dei vettori U_{12} corrisponde anche al vettore che unisce i vertici 1 e 2 con la freccia verso 1.

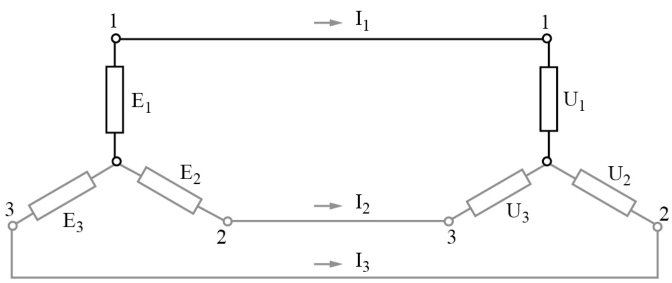


Figura 13.6 - Sistema trifase nel quale è stato soppresso il conduttore di neutro.

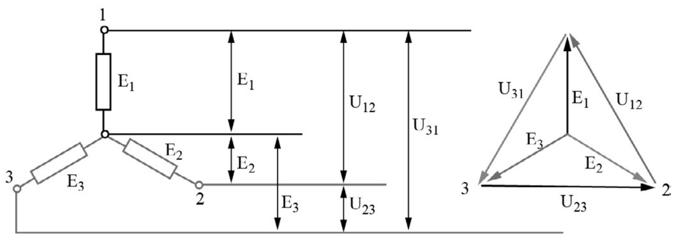


Figura 13.7 - Tensioni di fase e tensioni concatenate (di linea) presenti in un sistema trifase a stella.

Vediamo ora quale valore (o modulo) assumono le tre tensioni concatenate (o di linea) U_{12}, U_{23}, e U_{31}. Possiamo intanto dire che esse hanno la stessa ampiezza e che sono sfasate tra loro di 120° (1/3 di periodo).

Per determinare l'ampiezza è sufficiente esaminare uno dei triangoli isosceli con base uguale alla tensione concatenata e con gli altri lati uguali alle tensioni di fase (Figura 13.9). Per costruzione geometrica possiamo dire che la metà della base è il cateto di un triangolo rettangolo in cui l'ipotenusa è uguale a E e l'altro cateto uguale a 1/2 E. Applicando il teorema di Pitagora e raddoppiando poi il risultalo ottenuto, si ha:

$$U = 2\sqrt{E^2 - \left(\frac{E}{2}\right)^2} = 2\sqrt{\frac{4E^2 - E^2}{4}} = \sqrt{3\,E^2} = \sqrt{3}\,E$$

Si è giunti quindi alla conclusione che in un sistema simmetrico le tensioni concatenate hanno modulo uguale a:

$$U = \sqrt{3}\,E$$

La posizione dei vari vettori si deduce dall'esame della figura 13.10 dalla quale risulta che il sistema delle tensioni concatenate non è in fase con il sistema delle tensioni di fase. Ad esempio, il vettore U_{23} è sfasato in anticipo di 30° rispetto al vettore E_2 e così via.

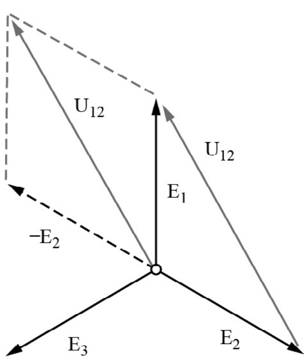


Figura 13.8 – Determinazione grafica delle tensioni concatenate a partire dalle tensione di fase.

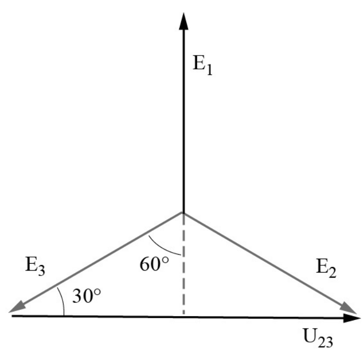


Figura 13.9 - Diagramma vettoriale delle tensioni di fase e costruzione geometrica per la determinazione del modulo delle tensioni concatenate.

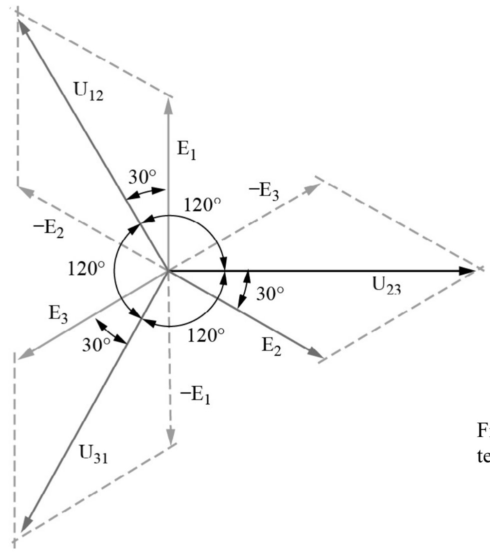


Fig. 13.10 - Sistemi delle tensioni di fase e delle tensioni concatenate in un sistema simmetrico.

13.3 - Sistema a quattro fili

In un sistema trifase a quattro fili si dispone di due sistemi di tensione, quello delle tensioni di linea e quello delle tensioni di fase.
In un sistema trifase a quattro fili la corrente sul neutro è uguale alla somma vettoriale delle tre correnti di linea.

Quanto esposto al paragrafo precedente ha messo in evidenza che un generatore collegato a stella mette a disposizione due sistemi di tensioni: le tensioni concatenate e le tensioni di fase. Ora, se si trasmette l'energia non solo per mezzo dei tre conduttori di linea, ma utilizzando anche il conduttore neutro, è possibile disporre dei due sistemi di tensione anche per l'utilizzazione. Il sistema descritto è detto anche a quattro fili ed è tipico delle reti di distribuzione a bassa tensione.

Si deve peraltro porre attenzione al fatto che non è necessario che il neutro sia presente su tutto il sistema di trasmissione, ma basta che sia disponibile sulla rete di distribuzione (ciò è possibile ricorrendo a opportuni schemi sui trasformatori).

Il sistema delle tensioni concatenate è in questo caso utilizzato in trifase per alimentare impianti industriali, mentre le tensioni di fase vengono utilizzate in monofase per l'illuminazione e le utenze domestiche.

Lo schema della figura 13.11 rappresenta un esempio di quanto affermato.

Il tipo di impiego previsto, con carichi monofasi variamente distribuiti, implica che in generale le correnti sui tre conduttori di linea non abbiano la stessa ampiezza e che possano essere tra loro sfasate di angoli diversi da 120°. Poiché risulta che la loro somma vettoriale non è nulla, il neutro è attraversato da una corrente I_0 calcolabile vettorialmente con la formula:

$$I_0 = I_1 + I_2 + I_3$$

che può anche essere ottenuta graficamente come indicato nella figura 13.12.

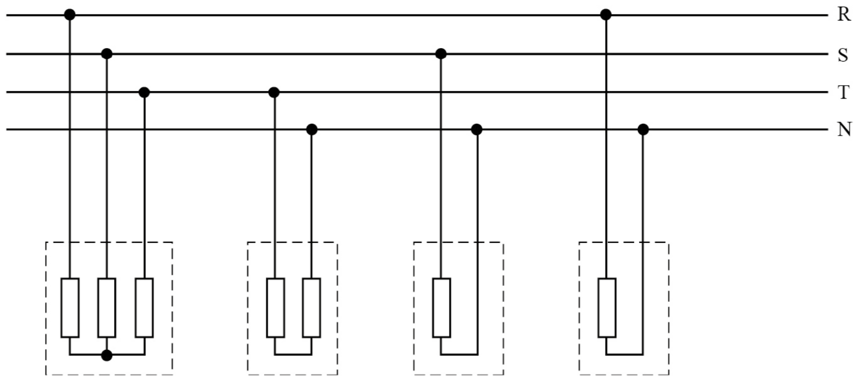


Figura 13.11 – Sistema trifase che alimenta carichi trifasi e monofasi.

Tenuto conto che si tende però a distribuire i carichi monofasi in modo abbastanza uniforme sulle tre fasi, la corrente sul neutro è sempre inferiore alle correnti di linea per cui la sezione del conduttore può essere convenientemente ridotta. Normalmente, se non vi sono da rispettare particolari regole di sicurezza, il conduttore di neutro delle linee di distribuzione a bassa tensione ha sezione pari al 50% di quelle dei conduttori di linea.

Il sistema delle correnti che viene in questo modo a crearsi è in generale di tipo squilibrato (il che significa semplicemente che le tre correnti di linea non sono uguali tra loro e non sono sfasate di 120°).

A conclusione di queste considerazioni sul collegamento a stella, si può dire che mentre abbiamo due sistemi di tensione (di linea e di fase), esiste un solo sistema di correnti in quanto la corrente che transita nei fili di linea è la stessa che si ha nelle fasi (a differenza di quanto si vedrà tra poco per il collegamento a triangolo).

13.4 - Collegamento a triangolo

Un gruppo di tre impedenze disposte in modo che una delle estremità di ciascuna sia collegata con una delle estremità della successiva, costituisce un collegamento a triangolo.
In un sistema trifase equilibrato la corrente di linea è uguale alia corrente di fase del triangolo moltiplicata per $\sqrt{3}$.

Si supponga di ritornare per un istante alle f.e.m. simmetriche prodotte da tre spire rotanti secondo quanto indicato nella figura 13.2.

In alternativa al collegamento a stella esaminato nel paragrafo precedente, le tre sorgenti di f.e.m. possono essere collegate in altro modo e cioè a triangolo. In questo caso basta riunire a due a due i conduttori vicini indicati nella figura citata (Figura 13.13).

Le tre fasi risultano allora collegate una di seguito all'altra in modo da costituire un circuito chiuso, mentre le tre f.e.m. possono essere rappresentate con un triangolo equilatero.

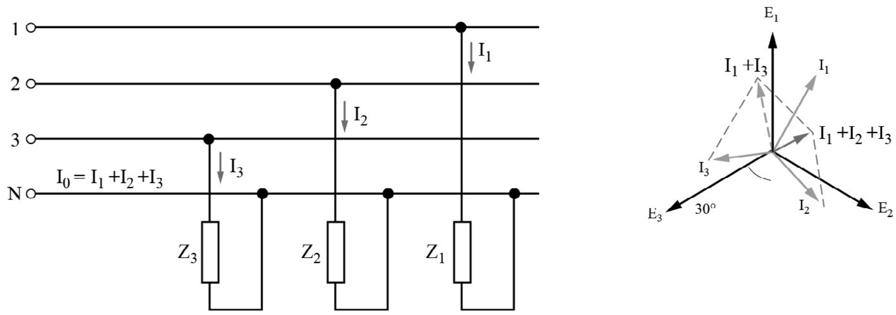


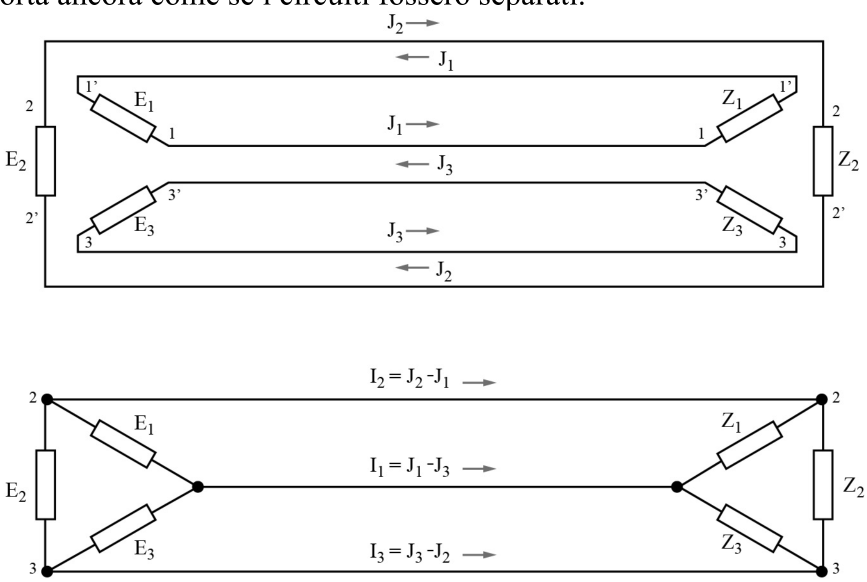
Figura 13.12 - Sistema trifase nel quale le correnti sono squilibrate. Nel neutro passa corrente.

La prima importante osservazione riguarda il fatto che essendo nulla la somma vettoriale delle tensioni nei triangolo, in assenza di collegamenti esterni non vi è circolazione di corrente all'interno del triangolo.

Sì può anche osservare che nel collegamento a triangolo le tre tensioni di fase coincidono con quelle di linea ($E_1 = U_{12}$, $E_2 = U_{23}$, $E_3 = U_{31}$) a differenza di quanto riscontrato per il collegamento a stella. Si vede inoltre che in questo caso non può essere presente il conduttore neutro.

Sempre restando all'esame dei generatore ci si rende quindi conto che esso mette a disposizione un sistema trifase a tre fili con un solo sistema di tensioni (quello delle tensioni di linea).

Sì può ora esaminare ciò che si verifica per le correnti, facendo l'ipotesi che il carico sia costituito da tre impedenze uguali. Si può dire che l'aver riunito i conduttori a due a due non ha alterato il comportamento delle singole fasi nel generatore e sull'utilizzatore in quanto ciascuna fase si comporta ancora come se i circuiti fossero separati.



a

b

Figura 13.13 - Sistema trifase a triangolo nel quale i singoli circuiti sono ancora separati in a) e riuniti in b).

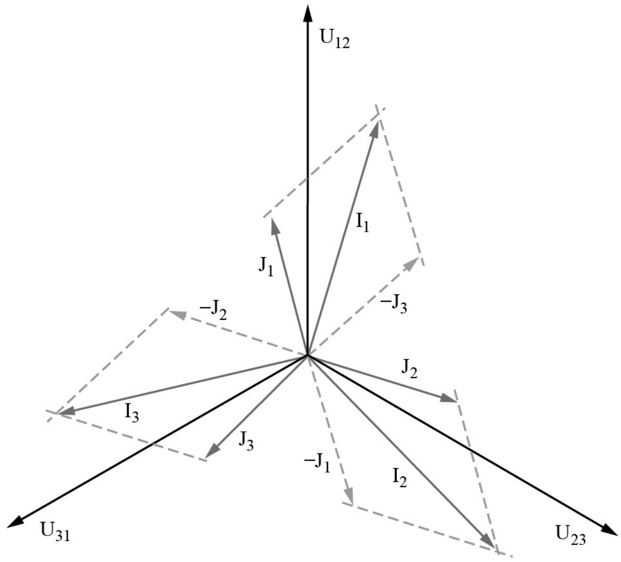


Figura 13.14 - Correnti di fase e correnti di linea presenti in un sistema trifase a triangolo e loro sfasamento rispetto alle tensioni concatenate.

Ad esempio, la corrente nella fase del generatore che fa capo ai terminali 1 e 2 e quella che circola sulla fase dell'utilizzatore che fa capo agli stessi morsetti è ancora quella che si osserva con lo schema di figura 13.13a.

L'unica cosa che cambia è il valore delle correnti nei conduttori di linea riuniti. Se si indicano con J_1, J_2, J_3 le correnti nelle fasi (all'interno del triangolo) e con I_1, I_2, I_3 le correnti che passano nei conduttori di linea in accordo con la rappresentazione vettoriale della figura 13.14 si può dire che:

$$I_1 = J_1 - J_3 \qquad I_2 = J_2 - J_1 \qquad I_3 = J_3 - J_2$$

La corrente in un conduttore di linea, equivale quindi alla differenza vettoriale tra le due correnti di fase che fanno capo al conduttore stesso.

In analogia a quanto dimostrato al paragrafo 13.2 per le tensioni concatenate nel caso di collegamento a stella, anche in questo caso si può fare riferimento ad uno dei triangoli isosceli con base uguale alle correnti di linea e con gli altri due lati uguali alle correnti di fase:

Risulta perciò facile dimostrare che:

$$I = 2\sqrt{J^2 - \left(\frac{J}{2}\right)^2} = 2\sqrt{\frac{4\,J^2 - J^2}{4}} = \sqrt{3\,J^2} = \sqrt{3} \cdot J$$

Si è quindi giunti alla importante conclusione che in un sistema trifase equilibrato le correnti di linea hanno modulo uguale a:

$$I = \sqrt{3} \cdot J = 1{,}73\,J$$

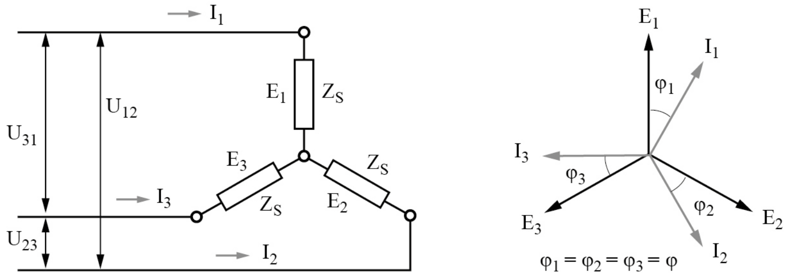


Figura 13.15 - Sistema trifase a stella nel quale le tensioni sono simmetriche e le correnti equilibrate.

La posizione dei vari vettori si deduce dall'esame della figura 13.14 dalla quale risulta che il sistema delle correnti di linea non è in fase con il sistema delle correnti di fase.

13.5 - Relazioni tra correnti e tensioni nei circuiti trifasi

Un sistema di tre impedenze uguali collegate a triangolo assorbe una corrente che è tre volte quella assorbita dal sistema realizzato con le stesse impedenze collegate a stella.

In questo paragrafo vengono considerate le relazioni esistenti tra tensioni e correnti di un sistema trifase che per semplicità si considererà simmetrico nelle tensioni ed equilibrato nelle correnti.

Si può iniziare considerando il caso di un utilizzatore costituito da tre impedenze Z_S collegate a stella, facendo riferimento allo schema e al diagramma vettoriale della figura 13.15.

Se si applica la legge di Ohm ad ogni fase, si può scrivere:

$$E = Z_S \cdot I \qquad I = E/Z_S \qquad Z_S = E/I$$

e ricordando che $U = \sqrt{3}\ E$ si ha:

$$U = \sqrt{3}\, Z_s \cdot I \qquad I = \frac{U}{\sqrt{3}\, Z_s} \qquad Z_s = \frac{U}{\sqrt{3} \cdot I}$$

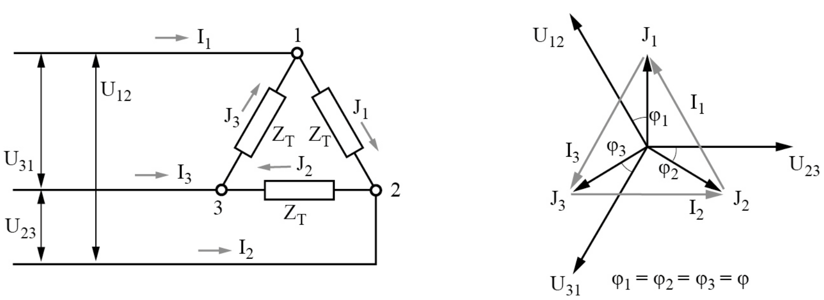


Figura 13.16 - Sistema trifase a triangolo nel quale le tensioni sono simmetriche e le correnti equilibrate.

Sono stati quindi stabiliti i legami tra le grandezze di linea (U e I) e l'impedenza di ogni fase.

Si passi ora al collegamento a triangolo (Figura 13.16) per il quale si può scrivere:

$$J = U/Z_T \qquad U = Z_T \cdot J \qquad Z_T = U/J$$

e ricordando che la corrente di linea I è legata alla corrente di fase J dalla relazione $I = \sqrt{3}\ J$, si ha:

$$I = \sqrt{3}\,\frac{U}{Z_T} \qquad U = Z_T \cdot \frac{3}{\sqrt{3}} \qquad Z_T = \frac{\sqrt{3}\cdot U}{I}$$

Per chiarire meglio le idee si supponga di avere a disposizione un sistema di tensioni di linea di valore 400 V e tre impedenze da 10 Ω.

Nel collegamento a stella si avrà una corrente:

$$I = \frac{U}{\sqrt{3}\cdot Z_S} = \frac{400}{\sqrt{3}\cdot 10} = 23{,}1\ \text{A}$$

Questa corrente è di fase e di linea allo stesso tempo.

Nel collegamento a triangolo la corrente di fase risulta:

$$J = \frac{U}{Z_T} = \frac{400}{10} = 40\ \text{A}$$

mentre la corrente di linea è:

$$I = \sqrt{3}\,J = \sqrt{3}\cdot 40 = 69{,}3\ \text{A}$$

Come si può rilevare, le stesse impedenze collegate a triangolo assorbono dalla rete una corrente tre volte maggiore, mentre le singole impedenze sono interessate da una corrente pari a 1,73 volte.

13.6 - Potenza nei circuiti trifasi

Nei sistemi trifasi simmetrici ed equilibrati le potenze attiva, reattiva e apparente risultano uguali a tre volte quelle relative alle singole fasi.

Anche nei circuiti trifasi si devono considerare tre tipi di potenza, analogamente a quanto fatto per i circuiti monofasi: le potenze attiva, reattiva e apparente.

Applicando il teorema di Boucherot risulta immediata la conclusione che la potenza attiva assorbita da un utilizzatore trifase equivale alla somma delle potenze assorbite dalle singole fasi.

Nel caso di sistemi simmetrici ed equilibrati e di collegamento a stella si possono scrivere pertanto le formule seguenti (Figura 13.17a):

$$P = 3 \cdot E \cdot I \cdot cos\ \varphi = \sqrt{3} \cdot U \cdot I \cdot cos\ \varphi$$

$$Q = 3 \cdot E \cdot I \cdot sen\ \varphi = \sqrt{3} \cdot U \cdot I \cdot sen\ \varphi$$

$$A = 3 \cdot E \cdot I = \sqrt{3} \cdot U \cdot I$$

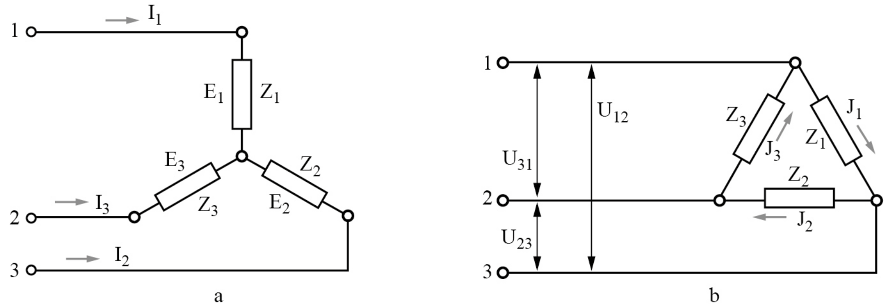


Figura 13.17 - Schemi per la determinazione delle potenze attiva, reattiva e apparente in sistemi trifasi simmetrici ed equilibrati: a - collegamento a stella; b - collegamento a triangolo.

Si tenga ben presente che l'angolo φ è ancora quello tra le tensioni di fase e le correnti relative.

Anche le potenze reattive possono venir sommate purché si tenga presente che la potenza reattiva capacitiva deve essere assunta con segno negativo.

Nel caso di sistema simmetrico ed equilibrato e di collegamento a triangolo, facendo riferimento allo schema e al diagramma vettoriale di figura 13.17 b si può scrivere:

$$P = 3 \cdot U \cdot J \cdot \cos\varphi = \sqrt{3} \cdot U \cdot I \cdot \cos\varphi$$

$$Q = 3 \cdot U \cdot J \cdot \text{sen}\,\varphi = \sqrt{3} \cdot U \cdot I \cdot \text{sen}\,\varphi$$

$$A = 3 \cdot U \cdot J = \sqrt{3} \cdot U \cdot I$$

Anche in questo caso l'angolo φ è ancora quello tra le grandezze di fase.

Si può notare un fatto di importanza fondamentale: in un sistema trifase simmetrico ed equilibrato le espressioni che danno le potenze in funzione delle grandezze di linea (tensione e corrente) sono le stesse tanto con il collegamento a stella che con il collegamento a triangolo.

13.7 - Fattore di potenza nei sistemi trifasi simmetrici ed equilibrati

Nei sistemi trifasi simmetrici ed equilibrati il fattore di potenza (cos φ) è dato dal rapporto tra la potenza attiva e la potenza apparente.

Nel caso di sistemi simmetrici ed equilibrati, il fattore di potenza può essere immediatamente dedotto con la formula, già nota dai circuiti monofasi:

$$\cos\varphi = \frac{P}{A} = \cos \text{arc tg}\, \frac{Q}{P}$$

L'angolo φ è quello del quale si deve ruotare il sistema delle correnti affinché queste risultino in fase con le tensioni di riferimento (Figura 13.18).

Con la seconda notazione si intende il coseno dell'arco (o angolo) la cui tangente è uguale a *Q/P*.

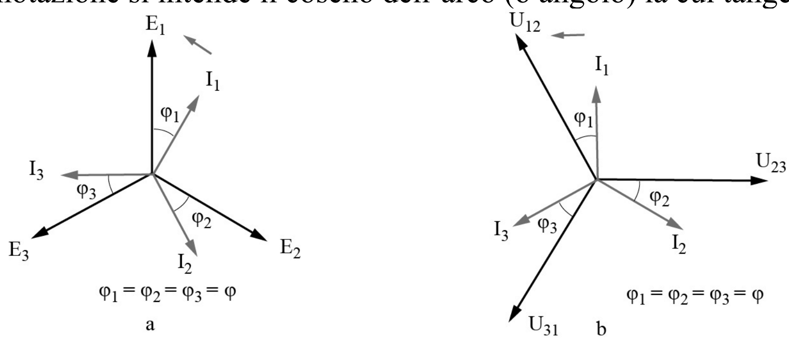


Figura 18 - Significato del fattore di potenza nei sistemi trifasi simmetrici ed equilibrati.

13.8 - Sistemi simmetrici e squilibrati

In un sistema simmetrico e squilibrato le potenze attiva e reattiva totali si determinano applicando il teorema di Boucherot.
Come fattore di potenza si assume convenzionalmente in coseno dell'arco la cui tangente è pari al rapporto tra le potenze reattiva e attiva totali.

È già stato accennato che, in generale, è possibile considerare simmetrici i sistemi delle tensioni, mentre può verificarsi più frequentemente che non sia equilibrato il sistema delle correnti. Ciò accade quando le impedenze che costituiscono il carico non sono uguali sulle tre fasi, come può avvenire sui sistemi trifasi di distribuzione a quattro fili che alimentano carichi monofasi tra fase e neutro (Figura 13.19 a).

Le considerazioni che seguano si limitano ad esaminare questo caso che ha notevole rilevanza pratica, anche se sistemi squilibrati si possono incontrare pure nel caso di circuiti a triangolo.

Per affrontare il problema è necessario ragionare sui singoli circuiti monofasi fase-neutro a ciascuno dei quali compete una tensione E e una corrente I sfasata di un angolo φ. Le correnti e i relativi fattori di potenza sono diversi per le tre fasi come è, ad esempio, indicato nella figura 13.19 b. Come già precisato, se la somma vettoriale delle tre correnti di linea non è nulla, si ha corrente sul filo neutro. È peraltro

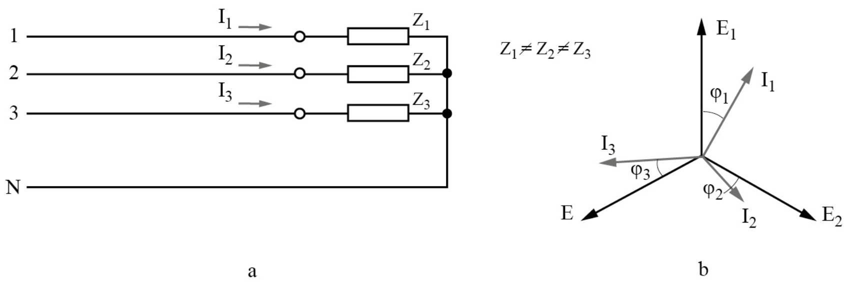


Figura 13.19 - Utilizzatore a stella con impedenze diverse sulle tre fasi (carico squilibrato) e diagramma vettoriale.

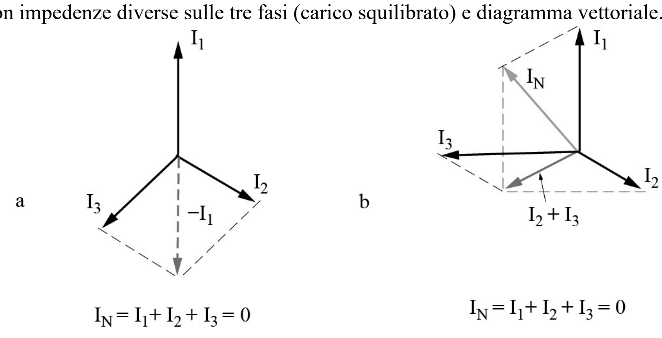


Figura 13.20 - Sistemi squilibrati di corrente:
a - la somma delle tre correnti di linea è zero, nel neutro non passa corrente;
b - la somma delle tre correnti di linea non è nulla, nel neutro passa corrente.

opportuno precisare che un sistema può essere squilibrato e la corrente di neutro essere nulla (Figura 13.20).

Per quanto riguarda le potenze attiva, reattiva e apparente, delle singole fasi valgono le regole dei circuiti monofasi, mentre per il circuito nel suo complesso si può fare ricorso al teorema di Boucherot. Per le potenze attive si avrà pertanto:

$$P_t = P_1 + P_2 + P_3$$

dove: P_t = potenza attiva totale; P_1 P_2 e P_3 = potenze relative alle singole fasi.

Per le potenze reattive si può operare in modo analogo scrivendo:

$$Q_t = Q_1 + Q_2 + Q_3$$

dove i pedici hanno lo stesso significato precedente.

Per quanto riguarda il fattore di potenza globale, si può osservare che in generale non esiste un angolo del quale ruotare il sistema delle correnti affinché tensioni e correnti di fase risultino in fase (Figura 13.21); è perciò necessario attribuire al f.d.p. un diverso significato che è convenzionalmente quello espresso dalla seguente relazione:

$$\cos \Phi = \cos \operatorname{arc\,tg} \frac{Q_t}{P_t}$$

nella quale si indica con la lettera maiuscola Φ l'angolo corrispondente al valore della tangente trigonometrica uguale al rapporto tra la potenza reattiva totale e la potenza attiva totale. Si osservi che in generale Φ è diverso dagli angoli φ_1, φ_2 e φ_3.

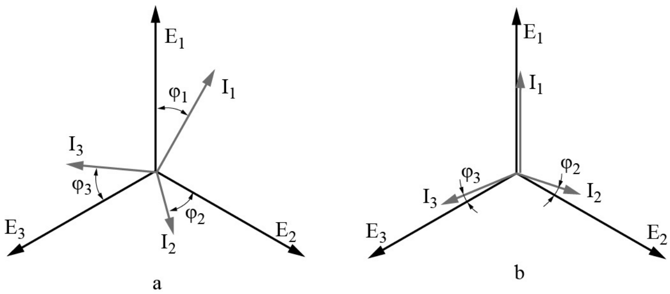


Figura 13.21 - Diagramma vettoriale di un carico squilibrato: se si ruota il sistema delle correnti (a) in senso antiorario di un angolo φ_1 i vettori delle correnti delle altre due fasi non si sovrappongono tutti alle tensioni corrispondenti (b).

Per quanto detto sopra, anche la potenza apparente non può avere lo stesso significato ad essa attribuito per i circuiti equilibrati e un calcolo ottenuto con la formula:

$$A_t = \sqrt{(\sum P)^2 + (\sum Q)^2}$$

non ha un preciso significato e può essere effettuato solo a titolo indicativo.

13.9 - Sistema trifase costituito da più utilizzatori

In un sistema costituito da più utilizzatori trifasi e monofasi le potenze attiva e reattiva totali si determinano applicando il teorema di Boucherot. Per fattori di potenza si assume convenzionalmente il coseno dell'arco la cui tangente è pari al rapporto tra le potenze attiva e reattiva totali.

Per lo studio di un sistema trifase costituito da più utilizzatori trifasi e monofasi è opportuno passare attraverso il calcolo delle potenze attiva e reattiva, applicando il teorema di Boucherot.

Valgono perciò le seguenti regole per le quali si fa riferimento alla figura 13.22:

- la potenza attiva totale è uguale alla somma aritmetica delle potenze attive dei singoli utilizzatori;
- la potenza reattiva totale è uguale alla somma algebrica delle potenze reattive dei singoli utilizzatori (positiva l'induttiva, negativa la capacitiva);

- il fattore di potenza convenzionale globale si determina con la formula:

$$\cos \Phi = \cos \operatorname{arc\,tg} \frac{Q_t}{P_t}$$

nella quale i simboli hanno lo stesso significato precedente. Se il carico globale risulta equilibrato il valore di Φ corrisponde con quello di φ relativo a ciascuna fase; la potenza apparente totale può essere calcolata con la formula:

$$A_t = \sqrt{(\sum P)^2 + (\sum Q)^2}$$

che è rigorosa solo nel caso di carico globale equilibrato.

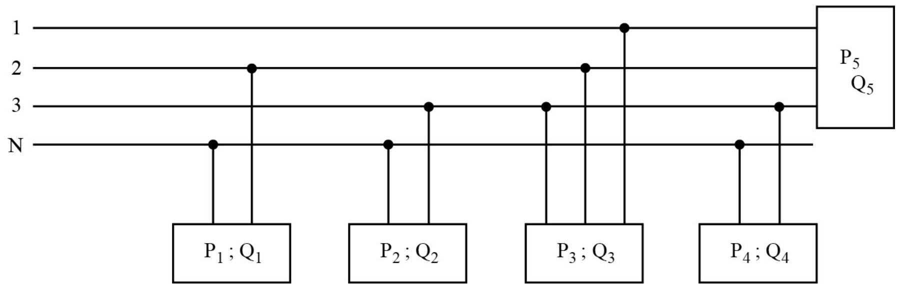


Figura 13.22 - Sistema complesso con utilizzatori trifasi e monofasi.

ESERCIZI SVOLTI

Esercizio 1 - Tre impedenze uguali da 12,5 Ω sono collegate a stella e alimentale da una sorgente trifase simmetrica la cui tensione dì lìnea è di 400 V. Si calcoli la corrente assorbita.

Soluzione

Essendo il collegamento a stella, su ogni impedenza è applicata la tensione di fase:

$$E = \frac{U}{\sqrt{3}} = \frac{400}{\sqrt{3}} = 230{,}9 \text{ V}$$

La corrente di fase assorbita da ogni impedenza corrisponde alla corrente di linea ed è:

$$I = \frac{E}{Z} = \frac{230{,}9}{12{,}5} = 18{,}47 \text{ A}$$

Esercizio 2 - La stessa terna di impedenze dell'esempio precedente viene alimentata alla stessa tensione, ma collegata a triangolo. Si calcoli la nuova corrente.

Soluzione

Essendo il collegamento a triangolo, ogni impedenza è sottoposta direttamente alla tensione di linea per cui la corrente di fase risulta:

$$J = \frac{U}{Z} = \frac{400}{12{,}5} = 32 \text{ A}$$

La corrente di linea sarà uguale a:

$$I = \sqrt{3} \cdot J = \sqrt{3} \cdot 32 = 55{,}4 \text{ A}$$

Si può rilevare che con il collegamento a triangolo la corrente di linea risulta pari a tre volte quella che si ha con il collegamento a stella.

Esercizio 3 - Tre impedenze uguali da 325 Ω collegate a triangolo sono tutte attraversate dalla corrente di 0,38 A. Si calcolino i valori della corrente e della tensione di linea. Se le impedenze vengono poi collegate a stella quale sarà la corrente assorbita?

Soluzione

La tensione di linea di calcola con la formula:

$$U = Z \cdot J = 325 \cdot 0{,}38 = 123{,}5 \text{ V}$$

La corrente di linea risulta invece:

$$I = \sqrt{3}\, J = 1{,}732 \cdot 0{,}38 = 0{,}658 \text{ A}$$

Per determinare il valore della corrente assorbita quando le impedenze vengono collegate a stella, bisogna passare per la tensione di fase:

$$E = U/\sqrt{3} = 123{,}5/1{,}732 = 71{,}3 \text{ V}$$

E quindi la corrente risulta:

$$I = \frac{E}{Z} = \frac{71{,}3}{32{,}5} = 0{,}219 \text{ A}$$

Si può rilevare che le correnti di linea nei due casi stanno nel rapporto 3:1.

Esercizio 4 - Una terna di impedenze uguali da 47,5 Ω cos φ= 0,85 (induttivo) sono collegate a stella con tensione concatenata pari a 220 V. Si chiede di calcolare il valore della potenza apparente, attiva e reattiva globali.

Soluzione

Il problema può essere risolto in più modi. Uno di questi consiste nel procedere attraverso il calcolo della corrente di linea (che è anche di fase):

$$I = \frac{U}{\sqrt{3} \cdot Z} = \frac{220}{\sqrt{3} \cdot 47{,}5} = 2{,}674 \text{ A}$$

La potenza apparente risulta allora:

$$A = \sqrt{3} \cdot U \cdot I = \sqrt{3} \cdot 220 \cdot 2{,}674 = 1\,019 \text{ VA}$$

E per le potenze attiva e reattiva:

$$P = A \cdot \cos\varphi = 1\,019 \cdot 0{,}85 = 866{,}1 \text{ W}$$

$$Q = A \cdot \text{sen}\,\varphi = 1\,019 \cdot 0{,}527 = 537 \text{ var}$$

Esercizio 5 - Un utilizzatore trifase è alimentato con 400 V, 50 Hz e assorbe una potenza attiva di 7 500 W a cos φ= 0,55 (induttivo).
Si chiede di calcolare i valori della resistenza e reattanza induttiva equivalenti serie e parallelo nella ipotesi di collegamento a stella.

Soluzione

Si determinano la tensione e le potenze di fase:

$$E = \frac{U}{\sqrt{3}} = \frac{400}{\sqrt{3}} = 230{,}9 \text{ V}$$

La potenza di fase sarà un terzo della totale:

$$P_f = \frac{P_t}{3} = \frac{7\,500}{3} = 2\,500 \text{ W}$$

La potenza reattiva risulta:

$$Q_f = P_f \cdot \text{tg}\,\varphi = 2\,500 \cdot 1{,}518 = 3\,795 \text{ var}$$

Si calcola ora la corrente di fase (anche di linea):

$$I = \frac{P_t}{\sqrt{3} \cdot U} = \frac{7\,500}{\sqrt{3} \cdot 400} = 10{,}82 \text{ A}$$

Il valore della resistenza equivalente serie si determina sapendo che R_S e X_{LS} sono attraversate dalla stessa corrente per cui:

$$R_S = \frac{P_f}{I^2} = \frac{2\,500}{10{,}82^2} = 21{,}35\ \Omega$$

$$X_{LS} = \frac{Q_f}{I^2} = \frac{3\,795}{10{,}82^2} = 32{,}42\ \Omega$$

Se si passa al caso equivalente parallelo si deve ricordare che in questo caso è la tensione comune ai due elementi, come indicato nello schema. Si ricorda che, a priori non è possibile stabilire quale dei due schemi è in realtà realizzato.
Per il calcolo di R_P e X_{LP} si opera nel seguente modo:

$$R_P = \frac{E^2}{P_f} = \frac{230{,}9^2}{2\,500} = 21{,}32\ \Omega$$

$$X_{LP} = \frac{E^2}{Q_f} = \frac{230{,}9^2}{3\,795} = 14{,}05\ \Omega$$

Esercizio 6 - Tre resistori da 9,20 Ω sono collegati prima a stella e poi a triangolo su una rete a 400 V. Si chiede di determinare i valori della potenza c delle correnti assorbite nei due casi.

Soluzione

Per il collegamento a stella si deve passare per la tensione di fase per cui la corrente di linea o di fase sarà:

$$I = \frac{U}{\sqrt{3} \cdot R} = \frac{400}{\sqrt{3} \cdot 9{,}20} = 25{,}1 \text{ A}$$

Per il calcolo della potenza (che è solo attiva) si può procedere in diversi modi equivalenti:

$$P = \sqrt{3} \cdot U \cdot I = \sqrt{3} \cdot 400 \cdot 25{,}1 = 17\,389 \text{ W}$$

oppure:

$$P = 3 \cdot E \cdot I = 3 \cdot 230{,}9 \cdot 25{,}1 = 17\,389 \text{ W}$$

Per il collegamento a triangolo, la tensione di fase è uguale a quella di linea per cui la corrente di fase è:

$$J = \frac{U}{R} = \frac{400}{9{,}2} = 43{,}48 \text{ A}$$

La corrente di fase risulta quindi:

$$I = \sqrt{3} \cdot J = \sqrt{3} \cdot 43{,}48 = 75{,}31 \text{ A}$$

Per la potenza, analogamente al caso precedente si può operare così:

$$P = \sqrt{3} \cdot U \cdot I = \sqrt{3} \cdot 400 \cdot 75{,}31 = 52\,176 \text{ W}$$

oppure:

$$P = 3 \cdot U \cdot J = 3 \cdot 400 \cdot 43{,}48 = 52\,176 \text{ W}$$

Si può osservare che sia le correnti di linea che le potenze stanno nel rapporto 3 nei due casi.

Esercizio 7 - In un sistema trifase simmetrico ed equilibrato alimentato a 400 V il carico è collegato a stella ed è rappresentato da una terna di resistenze da 12 Ω e di reattanze induttive da 18 Ω collegate in parallelo. Si calcolino i valori della corrente di linea, delle potenze, attiva, reattiva ed apparente.

Soluzione

Per il calcolo delle correnti bisogna passare attraverso la tensione di fase:

$$E = \frac{U}{\sqrt{3}} = \frac{400}{\sqrt{3}} = 230{,}9 \text{ V}$$

Si può ora procedere in diversi modi, ma si consiglia di applicare il teorema di Boucherot. Si calcolano allora le potenze reale e reattiva di fase:

$$P_{\text{f}} = \frac{E^2}{R} = \frac{230{,}9^2}{12} = 4\,443 \text{ W} \qquad Q_{\text{f}} = \frac{E^2}{X} = \frac{230{,}9^2}{18} = 2\,962 \text{ var}$$

La potenza attiva totale è uguale a:

$$P_{\text{t}} = 3 \cdot P_{\text{f}} = 3 \cdot 4\,443 = 13\,329 \text{ W}$$

ed analogamente per quella reattiva:

$$Q_{\text{t}} = 3 \cdot Q_{\text{f}} = 3 \cdot 2\,962 = 8\,886 \text{ var}$$

La potenza apparente totale è allora:

$$A_{\text{t}} = \sqrt{P_{\text{t}}^2 + Q_{\text{t}}^2} = \sqrt{13\,329^2 + 8\,886^2} = 16\,020 \text{ VA}$$

La corrente di linea è quindi:

$$I = \frac{A_t}{\sqrt{3} \cdot U} = \frac{16\,020}{\sqrt{3} \cdot 400} = 23{,}12 \text{ A}$$

Il f.d.p. si può calcolare attraverso la potenza:

$$\cos\varphi = \frac{P_t}{A_t} = \frac{13\ 329}{16\ 020} = 0{,}832$$

Esercizio 8 - Tre carichi trifasi alimentati alla stessa tensione assorbono le seguenti potenze:

$P_1 = 1\ 500$ W $\cos\varphi_1 = 0{,}42$ induttivo
$Q_2 = 2\ 500$ var $\mathrm{tg}\,\varphi_2 = 1{,}25$ induttivo
$Q_3 = 3\ 000$ var $\mathrm{tg}\,\varphi_3 = \infty$ capacitivo

Si calcolino le potenze apparente, attiva e reattiva totali e il relativo f.d.p.

Soluzione

Conviene applicare il teorema di Boucherot, calcolando per prima cosa la potenza attiva e reattiva incognite:

$$Q_1 = P_1 \cdot \mathrm{tg}\,\varphi_1 = 1\ 500 \cdot 2{,}161 = 3\ 241 \text{ var} \qquad \text{(induttivo)}$$

$$P_2 = \frac{Q_2}{\mathrm{tg}\,\varphi_2} = \frac{2\ 500}{1{,}25} = 2\ 000 \text{ W}$$

$$P_3 = \frac{Q_3}{\mathrm{tg}\,\varphi_3} = \frac{3\ 000}{\infty} = 0 \text{ W}$$

Si possono sommare le potenze attive:

$$P_t = P_1 + P_2 + P_3 = 1\ 500 + 2\ 000 + 0 = 3\ 500 \text{ W}$$

E quindi le potenze reattive (in modo algebrico)

$$Q_t = Q_1 + Q_2 - Q_3 = 3\ 241 + 2\ 500 - 3\ 000 = 2\ 741 \text{ var}$$

La potenza apparente totale si calcola così:

$$A_t = \sqrt{P_t^2 + Q_t^2} = \sqrt{3\ 500^2 + 2\ 741^2} = 4\ 446 \text{ VA}$$

Il fattore di potenza risulta infine:

$$\cos\varphi_1 = \frac{P_t}{A_t} = \frac{3\ 500}{4\ 446} = 0{,}787$$

Esercizio 9 - In un sistema di distribuzione a 4 fili sono collegati i carichi indicati nello schema a lato. Se il sistema è alimentato a 400 V, si chiede di determinare i valori delle correnti, della potenza attiva e reattiva e del f.d.p. convenzionale.

Soluzione

Si è in presenza di un carico squilibrato collegato a stella per cui si deve operare fase per fase usando la tensione di fase:

$$E = \frac{U}{\sqrt{3}} = \frac{400}{\sqrt{3}} = 230{,}9 \text{ V}$$

Per la fase 1:

$$I_1 = \frac{E}{Z_1} = \frac{230{,}9}{20} = 11{,}54 \text{ A}$$

$$P_1 = E \cdot I_1 \cdot \cos\varphi_1 = 230{,}9 \cdot 11{,}54 \cdot 0{,}60 = 1\ 599 \text{ W}$$

$$Q_1 = E \cdot I_1 \cdot \mathrm{sen}\,\varphi_1 = 230{,}9 \cdot 11{,}54 \cdot 0{,}80 = 2\ 132 \text{ var}$$

Per la fase 2:

$$I_2 = \frac{E}{Z_2} = \frac{230{,}9}{30} = 7{,}69 \text{ A}$$

$$P_2 = E \cdot I_2 \cdot \cos \varphi_2 = 230{,}9 \cdot 7{,}69 \cdot 0{,}8 = 1\,420 \text{ W}$$
$$Q_2 = E \cdot I_2 \cdot \text{sen } \varphi_2 = 230{,}9 \cdot 7{,}69 \cdot 0{,}6 = 1\,065 \text{ var}$$

Per la fase 3:

$$I_3 = \frac{E}{Z_3} = \frac{230{,}9}{15} = 15{,}39 \text{ A}$$

$$P_3 = E \cdot I_3 \cdot \cos \varphi_3 = 230{,}9 \cdot 15{,}39 \cdot 1 = 3\,553 \text{ W}$$
$$Q_3 = E \cdot I_3 \cdot \text{sen } \varphi_3 = 230{,}9 \cdot 15{,}39 \cdot 0 = 0 \text{ var}$$

Si possono ora calcolare le potenze attive e reattive totali:

$$P_t = P_1 + P_2 + P_3 = 1\,599 + 1\,420 + 3\,553 = 6\,572 \text{ W}$$
$$Q_t = Q_1 + Q_2 + Q_3 = 2\,132 + 1\,065 + 0 = 3\,197 \text{ var}$$

Il f.d.p. convenzionale è determinato dalla formula:

$$\cos \varphi = \cos \text{arc tg } \frac{Q_t}{P_t} = \cos \text{arc tg } \frac{3\,197}{6\,572} = 0{,}899$$

Il diagramma vettoriale delle tensioni e correnti è quello tracciato qui a fianco. Come si può rilevare la somma vettoriale delle tre correnti non è nulla; ciò significa che passerà corrente nel conduttore di neutro.

ESERCIZI DA SVOLGERE

Es. 1 - Tre induttori da 0,12 H sono collegati a stella e alimentati da una rete a 250 V, 50 Hz. Calcolare la corrente assorbita.
(Risultato: 3,83 A)

Es. 2 - Tre resistori da 19,5 Ω sono collegati a stella e alimentati da un sistema trifase in modo tale che le correnti di fase (uguali tra loro) sono di 9,35 A. Si calcolino i valori delle tensioni dì fase e concatenata.
(Risultato: E 182,3 V; U = 315,8 V)

Es. 3 - Tre resistori da 10,5 Ω e tre induttori con reattanza da 25,5 Ω sono collegati a stella e alimentati da una rete a 220 V. Si chiede il valore della corrente di linea e il relativo f.d.p.
(Risultato: I = 4,6 A; cos φ = 0,38)

Es. 4 - Un carico trifase equilibrato collegato a stella assorbe 28,5 A a cos φ = 0,75 ritardo quando è alimentato da un sistema simmetrico di tensioni da 280 V. Si chiedono i valori della impedenza di fase e della resistenza e reattanze equivalenti serie.
(Risultato: Z = 5,67 Ω; R = 4,25 Ω; X = 3,75 Ω)

Es. 5 - Tre resistori da 21,3 Ω sono collegati a triangolo e alimentati da una rete trifase a 220 V. Si calcolino le correnti di fase e di linea. Si ripeta poi l'esercizio ipotizzando i resistori collegati a stella.
(Risultato: a) triangolo: J = 10,33 A; I = 17,89 A; b) stella: $J = I$ = 5,96 A)

Es. 6 - Un sistema simmetrico di tensioni trifasi alimenta a 380 V due carichi equilibrati. Il primo collegato a stella presenta un'impedenza di 8,5 Ω, cos φ = 0,65 induttivo e il secondo collegato a triangolo costituito da resistenze pure da 14,5 Ω. Si chiede dì calcolare la corrente totale di linea, la potenza attiva, reattiva e apparente totali.
(Risultato: I = 65,18 A; P_t = 49 914 W; Q_t = 12 906 var; A_t = 42 901 VA)

Es. 7 - Un carico trifase equilibrato di tipo capacitivo assorbe 21,8 A a cos φ = 0.52 quando è alimentato a 220 V. Si calcolino le potenze attiva reattiva, e apparente.
(Risultato: P = 4 320 W; Q = 7 095 var; A = 8 307 VA)

Es. 8 - Un sistema trifase a 380 V alimenta tre gruppi utilizzatori che assorbono le seguenti potenze: P_1 = 800 W, Q_1 = 2 800 var induttivi; P_2 = 2 300 W, Q_2 = 0; A_3 = 3 250 VA, cos φ_3 = 0,92 capacitivo. Determinare le potenze totali apparente, reale e reattiva, nonché la corrente di linea totale.
(Risultato: A_t = 8 462 VA: P_t 9 190 W; Q_t = 4 074 var; I = 12,85 A)