RIPASSIAMO LE BASI DELL'ELETTROTECNICA

Parte prima (1)

L'articolo offre un quadro completo ed aggiornato delle leggi che regolano l'elettrotecnica, leggi che anche un tecnico pratico, quale può essere un installatore, non può esimersi dal conoscere per svolgere razionalmente il proprio lavoro.
Parte undici: Circuiti a corrente alternata monofase

A cura della Redazione

11.1 - Grandezze variabili e periodiche

Si dice variabile una grandezza che varia in funzione del tempo.
Si dice periodica una grandezza variabile che riassume gli stessi valori dopo intervalli di tempo costanti.
L'intervallo di tempo è detto periodo, mentre si chiama frequenza il suo inverso.

Finora si è considerato il comportamento dei circuiti in corrente continua, nei quali le grandezze elettriche sono costanti nel tempo. Di più larga diffusione sono tuttavia i circuiti a corrente alternata nei quali le grandezze sono variabili nel tempo secondo leggi ben definite. Tipici sono quelli relativi agli impianti industriali e domestici.

Per caratterizzare i vari tipi di grandezze variabili, si fa uso di diagrammi che recano in ascisse il tempo e in ordinate il valore della grandezza considerata (ad esempio, corrente).

Il diagramma di una grandezza costante (Figura 11.1 a) è ovviamente rappresentato da una retta orizzontale poiché il suo valore non varia nel tempo.

Una grandezza variabile (Figura 11.1 b) è invece rappresentata da una curva avente un andamento qualsiasi e può assumere indifferentemente valori positivi e negativi.

Infine, una grandezza periodica (Figura 11.2) è una grandezza variabile nel tempo i cui valori seguono una successione preordinata in modo che essa assuma, a intervalli di tempo uguali, lo stesso

(1) La seconda parte sarà pubblicata sul prossimo fascicolo.

valore. L'intervallo che separa una successione dalla seguente si chiama periodo e si indica con T (il periodo si misura in secondi).

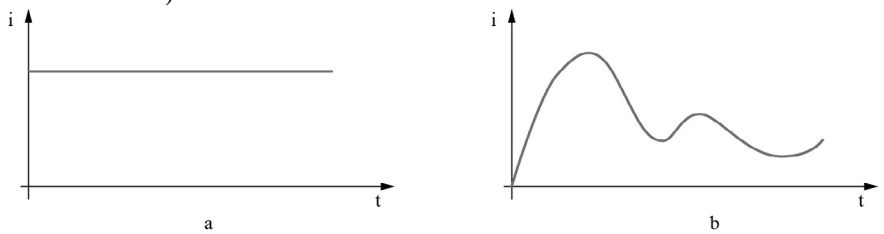


Figura 11.1 - Andamento di una corrente costante net tempo (a) e di una corrente variabile nel tempo (b).

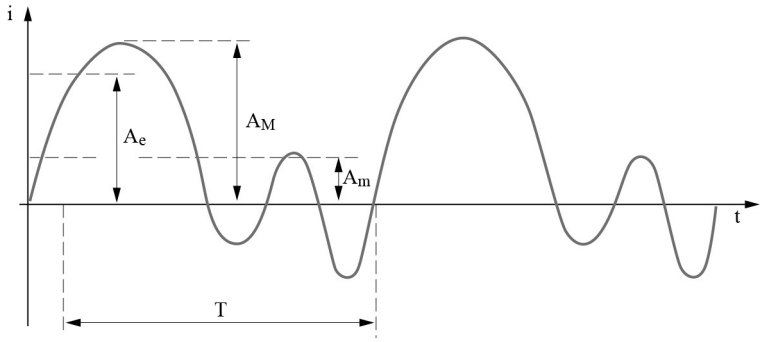


Figura 11.2 - Andamento di una corrente periodica:
T periodo; A_M valore massimo; A_m valore medio: A_e valore efficace.

L'inverso del periodo è detto frequenza ($f = 1/T$) e indica il numero di periodi della grandezza contenuti in un secondo. In base al Sistema Internazionale la frequenza si misura in hertz (Hz). Ad esempio, in Italia le reti a corrente alternata funzionano a 50 Hz. Ciò significa che in queste reti una grandezza elettrica assume 50 volte al secondo il suo valore massimo positivo.

Spesso in elettrotecnica si usa anche la pulsazione ω, che è legata alla frequenza dalla formula:

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f = \frac{2\pi}{T}$$

di cui si vedrà meglio in seguito sia il significato che l'impiego.

Agli effetti di quanto interessa il corso di studio, per le grandezze periodiche è opportuno definire anche le seguenti caratteristiche:

- *valore istantaneo*, è il valore che la grandezza assume in un determinato istante; si indica solitamente con lettera minuscola (ad esempio, il valore istantaneo di una corrente viene indicato con i);
- *valore massimo o ampiezza*, è il valore più elevato che la grandezza raggiunge durante un periodo; si indica con lettera maiuscola seguita dal pedice M, (I_m);
- *valore medio*, è la media aritmetica di tutti i valori assunti durante un periodo; si indica con lettera maiuscola e pedice m, (I_m);

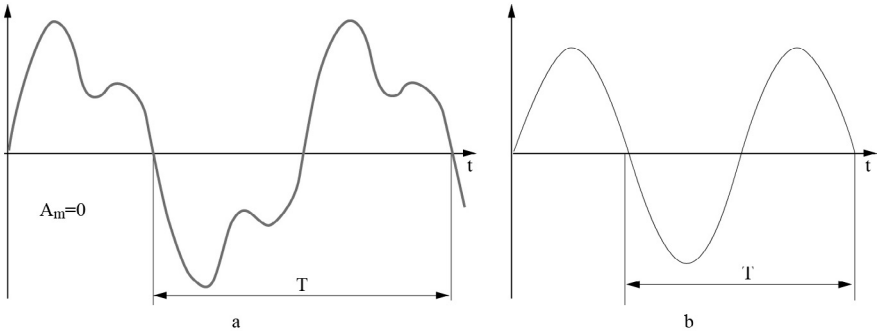


Figura 11.3 - Andamento di una grandezza alternata (a) e di una grandezza sinusoidale (b).

- *valore efficace*, è la radice quadrata della media dei quadrati dei valori istantanei assunti durante il periodo. Il significato di questo valore può sfuggire considerando semplicemente il valore geometrico della curva, ma si vedrà fra breve che esso ha un importantissimo significato fisico per le correnti alternate: si indica con lettera maiuscola (*I*).

Grandezze alternate e sinusoidali

Una grandezza periodica si dice alternata quando presenta valore medio nullo.

Una grandezza periodica si dice alternata (Figura 11.3 a) quando il valore medio sopra definito è nullo: ciò significa che l'area sottesa alla curva della parte positiva e quella della parte negativa della curva sono uguali.

Fra i numerosi tipi possibili di grandezze alternate, in elettrotecnica hanno particolare interesse quelle sinusoidali (Figura 11.3 b), la cui caratteristica è di avere un andamento nel tempo corrispondente ad una sinusoide ed essere quindi esprimibile con la seguente relazione:

$$a = A_M \cdot \text{sen}\, \omega\, t$$

dove:
a = valore che la grandezza assume al tempo t;
A_M = valore massimo raggiunto dalla grandezza durante il periodo;
ω = pulsazione (ossia $2\,\pi\, f$);
t = tempo, per cui si vede come l'andamento nel tempo di una corrente sia legata alla sua frequenza.

Una sinusoide può essere tracciata graficamente mediante un metodo, che si rivelerà in seguito utile per comprendere la rappresentazione vettoriale delle grandezze, il quale trae origine proprio dalla formula vista sopra ([1]).

Occorre tuttavia prima chiarire il significato della funzione trigonometrica *seno (sen)* che si utilizzerà in seguito assieme ad un altra funzione simile, il *coseno (cos)*. Per fare questo si disegni un cerchio (detto cerchio trigonometrico) che abbia il raggio uguale ad r (Figura 11.4) e si considerino i segmenti che escono dal suo estremo posto nella circonferenza, s verticale e c orizzontale. Per un dato angolo α, il seno è definito dal rapporto fra il segmento s ed il raggio r:

$$sen\ \alpha = \frac{s}{r}$$

mentre il coseno è dato dal rapporto fra il segmento c e il raggio r:

$$cos\ \alpha = \frac{c}{r}$$

Se per comodità si assume r di lunghezza unitaria, le due funzioni saranno date numericamente dalla stessa lunghezza dei segmenti s e c per i vari valori di α ossia:

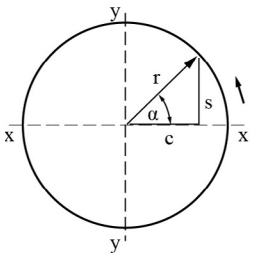
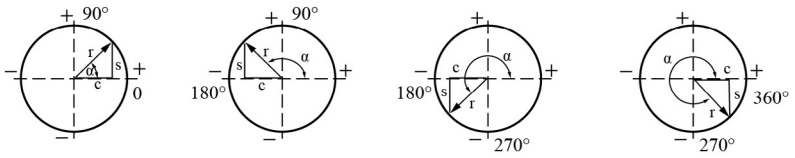


Figura 11.4 - Cerchio trigonometrico: il raggio, in corrispondenza dei punto *P*, forma l'angolo α con l'asse delle ascisse.



Funzioni trigonometriche	I quadrante				II quadrante			III quadrante			IV quadrante		
Per α uguale a	0°	30°	60°	90°	120°	150°	180°	210°	240°	270°	300°	330°	360°
sen α	0	0,5	0,86	1	0,86	0,5	0	-0,5	-0,86	-1	-0,86	-0,5	0
cos α	1	0,86	0,5	0	- 0,5	-0,86	-1	0,86	0.5	0	0,5	0,86	1
tg α	0	0,58	1,73	∞	-1,73	-0,58	0	0,58	1,73	∞	-1,73	-0,58	0

$sen\ \alpha = s$ $\qquad$ $cos\ \alpha = c$

In primo luogo si nota una caratteristica fondamentale: dato che s e c possono essere al massimo uguali ad r, ma mai superiori, le funzioni seno e coseno non possono mai assumere valori superiori a 1. Infatti, esse oscillano fra + 1 e —1: ad esempio, per α = 0° il seno è zero, per α = 30° vale 1/2, diviene 1 per α = 90° , poi torna a decrescere fino ad essere ancora 0 per α = 180°; oltre questo valore diviene negativo essendo il segmento s al di sotto dell'asse delle ascisse. In modo analogo si può asserire che per α = 0° il seno è α, per α = 90° è 0 ecc..

Un'altra funzione trigonometrica di uso abbastanza frequente in elettrotecnica è la tangente, definita dal rapporto fra i segmenti s e c, quindi dal rapporto tra il seno e il coseno dello stesso angolo:

$$tg\ \alpha = \frac{s}{c} = \frac{sen\ \alpha}{cos\ \alpha}$$

Alcuni valori di queste funzioni, dette trigonometriche, sono riportate nell'appendice.

Nella tabella di figura 11.4 b sono riportati i valori che le funzioni assumono per certi angoli caratteristici e i segni che le tre funzioni considerate hanno a seconda del quadrante nel quale si trova l'estremo del raggio che si muove sulla circonferenza.

Nella figura 11.5 le funzioni sen α e cos α sono messe a confronto graficamente.

Si deve tener presente che i valori delle funzioni trigonometriche possono essere

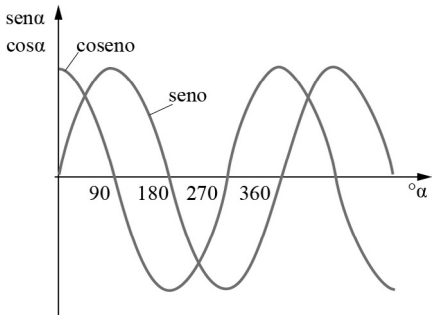


Figura 11.5 - Funzioni trigonometriche sen α e cos α messe a confronto.

forniti direttamente dai piccoli calcolatori scientifici ormai largamente diffusi.

Con gli stessi calcolatori è anche possibile fare l'operazione inversa e cioè determinare il valore dell'angolo dato il valore di una delle funzioni trigonometriche.

11.2 - Correnti alternate sinusoidali

Una grandezza alternata è sinusoidale quando è caratterizzata da due semiperiodi uguali (salvo il segno) che seguono una legge di variazione definita dalla funzione trigonometrica seno.

Si è dunque visto che il seno assume valori proporzionali ad un segmento verticale staccato dall'estremità di un raggio che ruota; si prenda ora un cerchio di raggio uguale ad I_M, i segmenti verticali avranno lunghezza proporzionale alla grandezza alternata i istante per istante (Figura 11.6). Poiché il raggio è ora I_M, la sua proiezione verticale diventa quindi:

$$i = I_M \cdot sen\ \alpha$$

Un semplice ragionamento può ora mostrare che questa formula equivale a quella del paragrafo 11.1, dimostrando che l'espressione $\omega\ t$ corrisponde all'angolo α di rotazione dei segmento I_M. Se 2 π R è la circonferenza e T il periodo (tempo impiegato a compiere un intero giro), la velocità periferica del punto che si muove sulla circonferenza è:

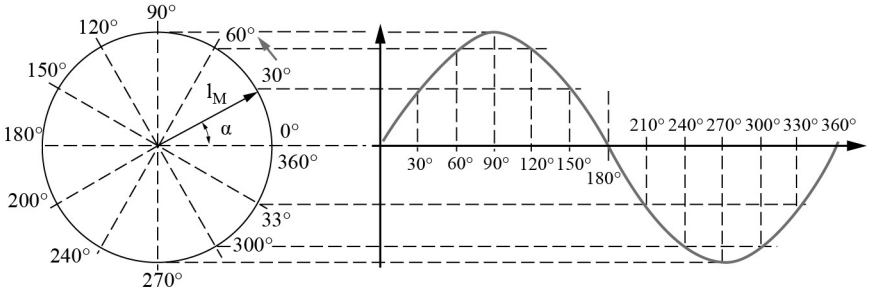


Figura 11.6 - Costruzione per punti di una sinusoide.

$$v = \frac{2 \cdot \pi \cdot R}{T}$$

corrispondente al rapporto fra l'intera circonferenza ed il tempo impiegato a percorrerla.

Se si esprime l'angolo α in radianti anziché in gradi sessaggesimali, ricordando che un angolo giro è equivalente a 2 π radianti, la velocità periferica può anche essere espressa dal rapporto fra l'arco di circonferenza $R \cdot \alpha$ ed il tempo t impiegato a coprire l'angolo α:

$$v = \frac{R \cdot \alpha}{t}$$

Poiché la velocità v delle due formule è ovviamente la medesima, confrontando le due espressioni si ottiene:

$$\frac{2 \cdot \pi \cdot R}{T} = \frac{R \cdot \alpha}{t}$$

da cui mettendo in evidenza α si ha:

$$\alpha = \frac{2 \cdot \pi}{T} \cdot t = \omega\, t$$

dato che ω (espresso in radianti) corrisponde appunto a $(2\,\pi)/T$.

Si osservi che dopo un giro intero del raggio il seno riassume di nuovo il valore iniziale, per cui una rotazione di 360° deve corrispondere al periodo T della corrente sinusoidale: basterà allora affiancare al cerchio un diagramma avente per ascisse i tempi, che per comodità si può anche dividere secondo gli angoli di rotazione sul cerchio, e riportare le rispettive lunghezze dei segmenti trovati.

Questo è anche un metodo grafico di grande utilità pratica per poter tracciare correttamente una sinusoide.

Per ragioni di semplicità le correnti alternate delle quali si parla in questo capitolo si intendono sinusoidali anche se non sempre ciò è perfettamente verificato.

Per grandezze alternate valgono le definizioni di valore istantaneo, valore medio, valore massimo e di valore efficace fornite in precedenza per le grandezze periodiche.

Valore efficace

Valore efficace di una grandezza periodica è la radice quadrata della media, estesa ad un periodo, dei quadrati dei valori istantanei.

Si sa che la potenza dissipata da un resistore attraversato da corrente continua è data dall'espressione $R \cdot I^2$, dove I rappresenta il valore unico e costante della corrente: ad essa corrisponde un ben preciso valore dell'energia dissipata in calore nell'unità di tempo, che si può misurare.

Ora ci si può porre la domanda: quale corrente alternata deve essere fatta circolare nella resistenza per ottenere la stessa energia sotto forma di calore?

Se si effettuano delle misure, si trova che la corrente alternata è quella che presenta valore efficace uguale al valore della corrente continua. In altri termini, il valore efficace di una corrente alternata è quello che si dovrebbe assegnare ad una corrente continua per avere in un resistore gli stessi effetti termici.

Il valore efficace è quello che si deve utilizzare nei calcoli ed in effetti è il valore di corrente normalmente indicato, se non si precisa altrimenti. Anche in questo lesto, quando si indica la corrente I senza indici, si sottintende sempre che si tratta di valore efficace.

Per grandezze sinusoidali, fra il valore efficace e quello massimo valgono le relazioni:

$$I = \frac{I_M}{\sqrt{2}} = 0{,}707\, I_M \qquad\qquad I_M = \sqrt{2} \cdot I = 1{,}41 \cdot I$$

In base alla definizione data per le correnti sinusoidali, il valore medio risulterebbe nullo. Per convenzione si usa però considerare il valore medio di un mezzo periodo positivo (che sarà uguale e di segno opposto al valore medio del semiperiodo negativo). Esso risulta essere:

$$I_m = \frac{2}{\pi} \cdot I_M = 0{,}636 \cdot I_M$$

Il rapporto fra il valore efficace ed il valore medio è:

$$\frac{I}{I_M} = 1{,}11$$

Questo rapporto vale 1,11 solo se la grandezza è esattamente sinusoidale, discostandosi tanto più quanto maggiormente la curva si distacca dalla sinusoide: esso serve perciò a caratterizzare la forma della curva e si chiama quindi fattore di forma.

Nella figura 11.7 è messo in evidenza il significato dei valori massimo, efficace e medio per un'onda sinusoidale.

Si osservi che il valore medio è rappresentato dall'ordinata per cui la somma delle due aree tratteggiate è uguale all'area quadrettata.

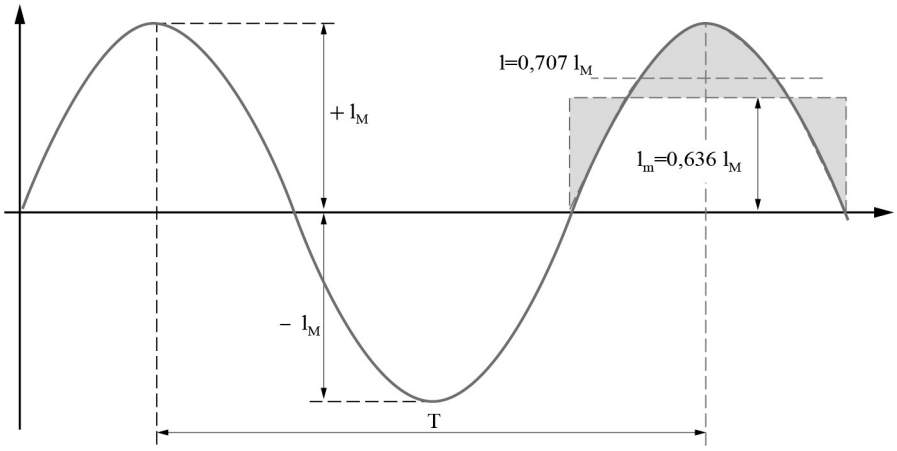


Figura 11.7 - Significato dei valori massimo, efficace e medio (riferito al semiperiodo) per un'oncia sinusoidale.

11.3 - Rappresentazione vettoriale delle grandezze sinusoidali

Più grandezze sinusoidali della stessa frequenza possono essere rappresentate con vettori di modulo (o ampiezza) pari a quello di ciascuna grandezza e spostati di angoli che rappresentano il loro sfasamento nel tempo.

Finora si è visto che le grandezze alternate si possono rappresentare disegnando la loro variazione nel tempo in un diagramma avente per ordinata l'ampiezza e per ascissa il tempo. Ciò consente di individuare istante per istante i valori assoluti della grandezza, ma i dati così forniti sono, nella maggior parte dei casi, sovrabbondanti rispetto alle necessità di calcolo e d'altra parte non è facile ragionare quando si abbia a che fare con parecchie sinusoidi che si sovrappongono.

Perciò la rappresentazione grafica delle grandezze alternate viene normalmente effettuata in un altro modo più pratico nel quale sono ugualmente indicati i valori che possono interessare, ossia l'ampiezza delle sinusoidi e la posizione relativa fra sinusoidi di grandezze relative allo stesso circuito. Non si indica invece il valore della frequenza, perché essa è unica e costante per tutte le grandezze e non influisce direttamente sul calcolo.

Come si disegna un vettore

Per comprendere come può avere origine questa rappresentazione, chiamata vettoriale, è opportuno rifarsi per un momento alla figura 11.6: si era visto allora che una sinusoide si può disegnare riportando orizzontalmente l'altezza a cui giunge l'estremità di un raggio che percorre una circonferenza con velocità uniforme. La rotazione del raggio equivale allo sviluppo di una sinusoide e si può perciò pensare di assumere questo raggio come rappresentativo della sinusoide stessa: con questo significato il raggio si chiama vettore e viene disegnato mediante una freccia che ha l'origine ai centro del cerchio e l'estremità sulla circonferenza (Figura 11.8).

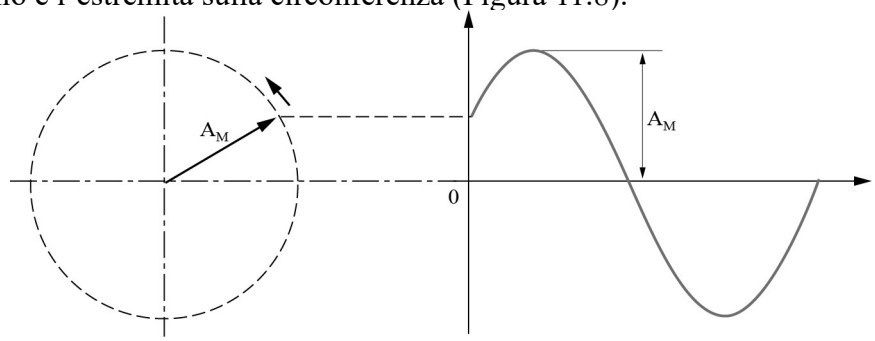


Figura 11.8 - Rappresentazione vettoriale di una grandezza sinusoidale: il vettore A_M ha lunghezza proporzionale all'intensità della grandezza e orientamento che dipende dall'istante considerato.

Un vettore si indica normalmente con lettera maiuscola in grassetto (ad esempio, ***I***). Esso è caratterizzato dal modulo che ne indica l'ampiezza e che si rappresenta con la stessa lettera in carattere normale (*I*). Inoltre del vettore si deve indicare la direzione e il verso.

Relazione di fase

Lo sfasamento, a relazione di fase, tra due grandezze sinusoidali è l'angolo corrispondente al tempo che intercorre affinché le due grandezze raggiungano entrambe il loro valore massimo.

Di solito si ha a che fare con due o più grandezze sinusoidali, per cui si deve anche definire la loro reciproca relazione di fase (o sfasamento), la quale corrisponde al tempo che intercorre fra gli istanti in cui esse assumono il loro valore massimo.

Nella figura 11.9 sono state disegnate due sinusoidi i cui valori massimi sono sfasati fra di loro dell'angolo φ e si sono disegnati concentrici i due cerchi che servono per ottenere i rispettivi vettori. Come si vede i due vettori non risultano paralleli e l'angolo φ risulta proporzionale all'intervallo che c'è sul grafico fra i due massimi delle grandezze. Si può perciò dire che due vettori rappresentanti due grandezze sinusoidali si dicono sfasati fra di loro di un angolo se le rispettive sinusoidi sono anch'esse sfasate, ossia raggiungono il valore massimo a distanza di un tempo, frazione del periodo, corrispondente a $\varphi/2\pi$.

A titolo di esempio nella figura 11.10 sono indicati alcuni casi tipici di sfasamento tra due grandezze sinusoidali e le relative rappresentazioni vettoriali; in a) le grandezze si dicono in fase fra di loro, in b) e c) le grandezze si dicono in quadratura, ossia sfasate di 90° (e fra di esse si dice in ritar-

do quella che raggiunge dopo il suo valore massimo, mentre quella che lo raggiunge prima si dice in anticipo), in d) le due grandezze si dicono in opposizione di fase, mentre in c) è esemplificato uno sfasamento qualsiasi.

Questa rappresentazione vettoriale delle grandezze sinusoidali è giustificata, come si è detto, da motivi di praticità di calcolo, in particolare dal fatto che le regole di calcolo vettoriale corrispondono a quelle relative al calcolo sulle sinusoidi, per cui tutti

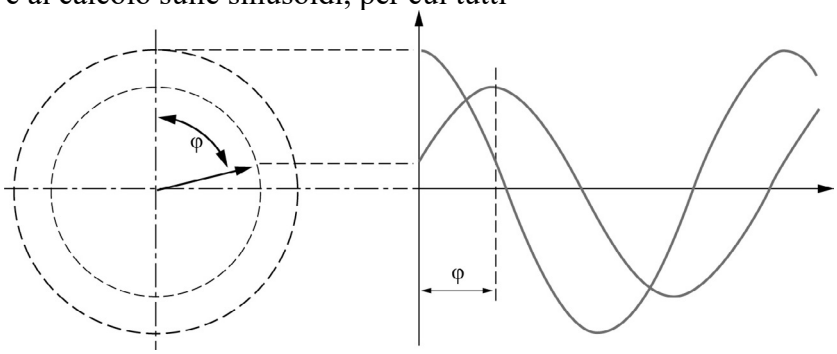


Figura 11.9 - Esempio di due grandezze sinusoidali di diversa ampiezza e del relativo sfasamento.

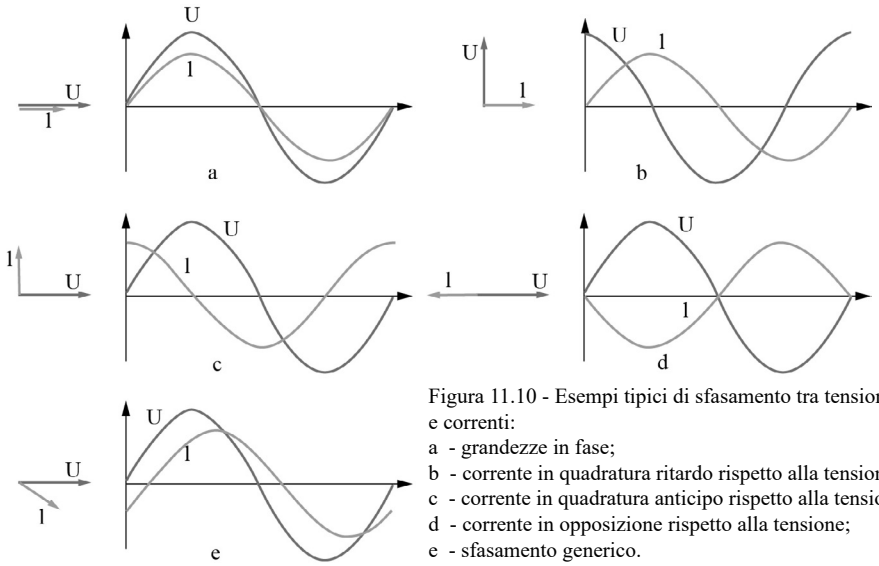


Figura 11.10 - Esempi tipici di sfasamento tra tensioni e correnti:
a - grandezze in fase;
b - corrente in quadratura ritardo rispetto alla tensione;
c - corrente in quadratura anticipo rispetto alla tensione;
d - corrente in opposizione rispetto alla tensione;
e - sfasamento generico.

i calcoli possono essere eseguiti unicamente sui vettori. Si potranno quindi eseguire con il metodo dei vettori le operazioni si somma e di differenza fra grandezze sinusoidali.

La somma o la differenza di due sinusoidi in fase, ossia, che raggiungono il valore massimo nel medesimo istante, corrisponde ad un vettore avente lo stesso orientamento di quelli rappresentanti le sinusoidi ed ampiezza uguale rispettivamente alla somma o alla differenza (Figura 11.11, dove si è messo in evidenza anche il procedimento di somma e differenza di sinusoidi in fase).

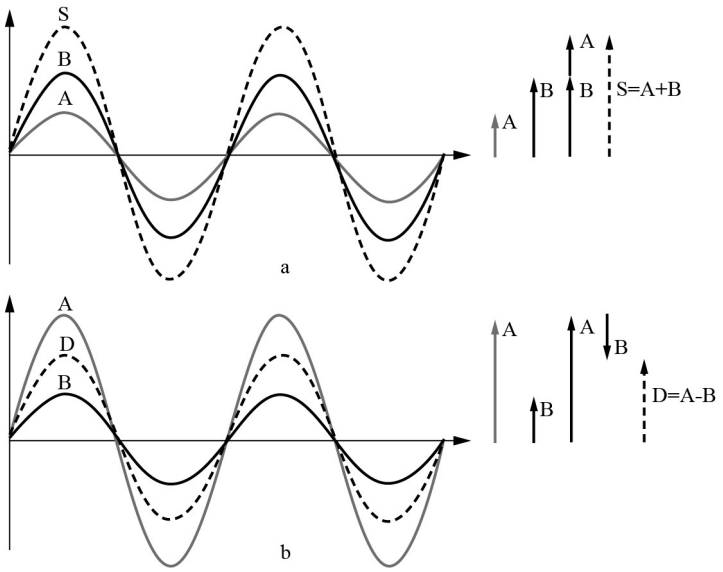


Figura 11.11 - Somma o differenza tra grandezze sinusoidali effettuate vettorialmente nei caso di grandezze in fase.

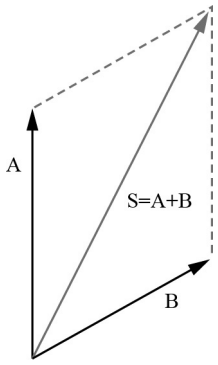


Figura 11.12 - Somma di due vettori con la regola del parallelogramma.

Regola del parallelogramma

La somma vettoriale di due grandezze sinusoidali sfasate tra loro può essere eseguita graficamente con la regola del parallelogramma.
Il vettore risultante è rappresentato dalla diagonale del parallelogramma costruito coti i vettori dei dati.

Se le due sinusoidi che costituiscono i termini dell'operazione non sono in fase, la somma o la differenza si esegue con le regole del calcolo vettoriale, in particolare con la regola del parallelogramma (Figura 11.12) secondo la quale la somma vettoriale si ottiene ponendo i due vettori con un estremo O in comune e tracciando all'estremo di ciascun vettore la parallela all'altro vettore (dall'estremo di A la parallela a B e dall'estremo di B la parallela ad A): il punto di incontro di queste parallele rappresenta l'estremo del vettore S, avente pure l'origine in O, che costituisce la somma dei due dati. Come si può vedere, il vettore somma S non ha la stessa fase dei vettori componenti e ciò risulta anche facendo il confronto con il sistema di somma effettualo sulle sinusoidi (Figura 11.13).

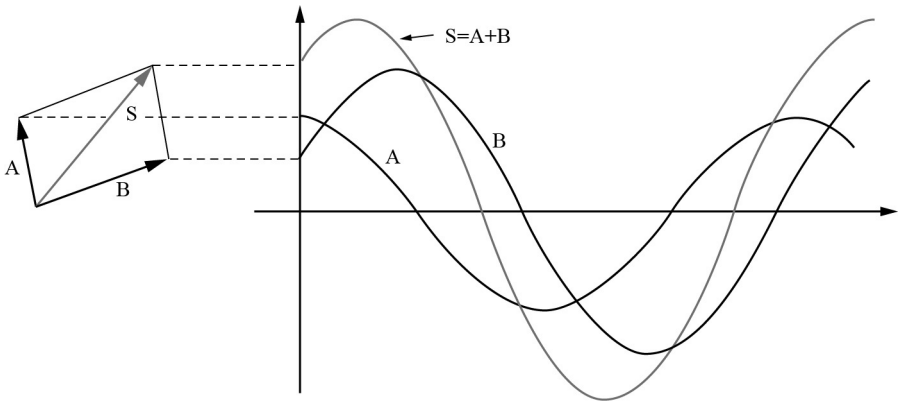


Figura 11.13 - Somma di due vettori effettuata vettorialmente e per punti nel caso di grandezze tra loro sfasate.

11.4 - Forze elettromotrici e correnti alternate

Una tensione sinusoidale può essere generata da una spira che ruota a velocità costante in un campo magnetico uniforme.
Se la spira viene chiusa in essa circola una corrente sinusoidale.

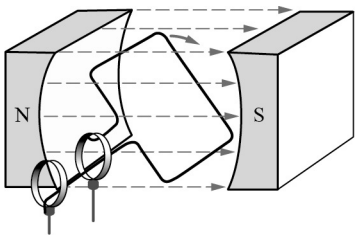
Nel paragrafo 10.3 si era già visto che la f.e.m. che si manifesta in un conduttore che ruota entro un campo magnetico ha l'espressione:

$$e = -B \cdot l \cdot v \cdot sen\ \alpha = -B \cdot l \cdot v \cdot sen\ \omega t$$

dove la f.e.m. è stata indicata con e per precisare che non è costante, ma sinusoidale ed inoltre è stata sostituita ad α l'espressione ωt che mette in evidenza la pulsazione. Si può perciò dedurre che una f.e.m. alternata sinusoidale può essere prodotta da una spira che ruota in un campo magnetico costante (Figura 11.14).

Una corrente alternata si ottiene in un circuito chiuso al quale sia applicata una f.e.m. alternata della quale ha, ovviamente, la medesima frequenza; per quanto riguarda, invece, l'intensità della corrente e il suo sfasamento rispetto alla f.e.m., il discorso è un po' più complesso e lo si analizzerà accuratamente nei prossimi paragrafi.

A proposito dello sfasamento, si può precisare fin d'ora che di solito nei diagrammi vettoriali si suole prendere il vettore tensione come riferimento e indicare poi la corrente come richiede lo sfasamento (Figura 11.15): in senso antiorario se la corrente è in anticipo rispetto alla tensione e in senso orario se invece è in ritardo. Si tenga presente che queste indicazioni di anticipo e di ritardo sono state stabilite convenzional



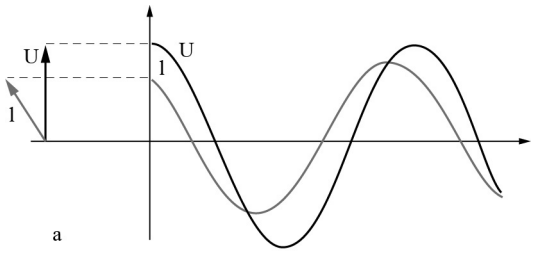
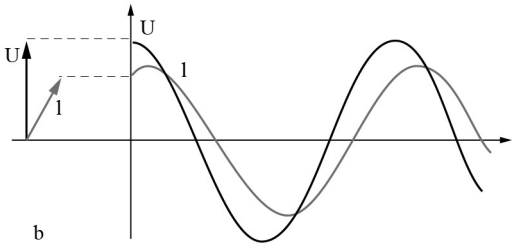


Figura 11.14 - Spira rotante in un campo magnetico uniforme: se la velocità della spira è costante, la forza elettromotrice indotta è sinusoidale (valore massimo con spira orizzontale, valore nullo con spira verticale).

Figura 11.15 - Convenzioni per la rappresentazione vettoriale delle grandezze elettriche: vettore di riferimento verticale (tensione), corrente inclinata a sinistra se in anticipo sulla tensione, a destra se in ritardo.



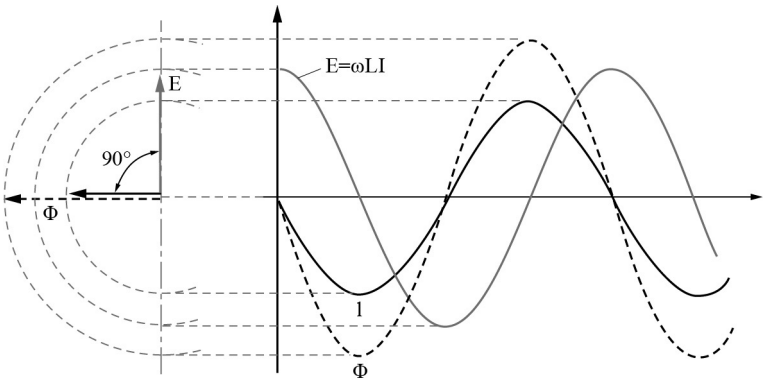


Figura 11.16 - Rappresentazione sinusoidale e vettoriale delle grandezze ai capi di una induttanza: corrente e flusso in fase tra loro, f.e.m. indotta sfasata di 90° in ritardo.

mente (e quindi vanno rispettate e ricordate), ma non corrispondono ad una esigenza connessa con la natura delle sinusoidi.

Prima di chiudere questo argomento introduttivo sulle correnti alternate è bene vedere, richiamandosi a quanto detto nel paragrafo 10.4 a proposito delle f.e.m. indotte in una spira fissa da un campo magnetico variabile, come questo fenomeno si manifesti con le correnti alternate. Il flusso magnetico non sarà ovviamente costante poiché esso è prodotto dalla corrente la quale varia sinusoidalmente nel tempo: esso avrà infatti andamento sinusoidale seguendo esattamente le variazioni della corrente.

Poiché la f.e.m. indotta è tanto più elevata quanto più velocemente varia il flusso concatenato dalla spira, la f.e.m. assume ancora un andamento sinusoidale, ma essa risulta sfasata di 90° in ritardo rispetto alla corrente e al flusso che la generano (Figura 11.16). Quindi, quando il flusso assume i valori massimo positivo o negativo la f.e.m. indotta è zero, mentre la f.e.m. assume il valore massimo positivo quando il flusso passa per lo zero in fase di diminuzione ed il valore massimo negativo quando il flusso passa ancora per lo zero, ma in aumento.

Il valore della f.e.m. indotta si può trovare partendo dalla formula dell'autoinduzione data nel

paragrafo 10.6. Per questo si consideri un cerchio simile a quello di figura 11.6 avente raggio I_M (Figura 11.17).

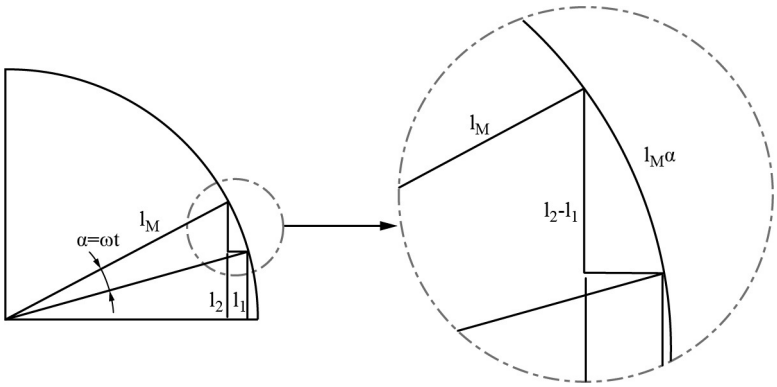


Figura 11.17 - Rappresentazione grafica della variazione della corrente in una induttanza per valutare la forza elettromotrice indotta.

Se si prendono due valori della corrente vicini fra di loro e spostati dell'intervallo di tempo t, la loro differenza $I_2 - I_1$ appare un segmento verticale che, se si rende sempre più piccolo l'intervallo di tempo t (quindi l'angolo $\alpha = \omega t$ essendo α espresso in radianti come già menzionato al punto 11.2), si confonde con l'arco di cerchio corrispondente lungo $I_M \cdot \alpha = I_M \cdot \omega t$. Perciò si potrà porre:

$$I_2 - I_1 = I_M \cdot \omega t$$

Sostituendo nella formula dell'induzione si ottiene:

$$E = -L\frac{I_2 - I_1}{t} = -L \cdot I_M \cdot \omega$$

Ora basta moltiplicare entrambi i membri per $sen\ \omega t$ e ricordare che $e = E\ sen\ \omega t$ ed $i = I_M\ sen\ \omega t$:

$$E \cdot sen\ \omega t = e = -\omega \cdot L \cdot I_M \cdot sen\ \omega t = -\omega \cdot L \cdot i$$

La formula della f.e.m indotta è quindi:

$$e = -\omega \cdot L \cdot i = -2 \cdot \pi \cdot f \cdot L \cdot i$$

Da essa si vede che tale f.e.m, è tanto maggiore quanto più elevata è la frequenza in base alla quale si verifica la variazione del flusso.

11.5 - Circuiti elementari

In un circuito a corrente alternata si devono considerare gli effetti della presenza di resistori, induttori e condensatori.

La variabilità della corrente e della tensione, caratteristica dei fenomeni alternati, modifica sensibilmente il comportamento dei circuiti rispetto a quanto si è visto in precedenza per le correnti continue.

Un primo esempio lo si è visto per l'induttanza che in alternata dà sempre luogo a delle f.e.m. indotte; inoltre, ricordando quanto si è detto nel Capitolo 5 a proposito dei condensatori, c'è da supporre che anche la presenza di capacità in un circuito abbia influenza sul suo comportamento.

Per affrontare l'argomento è opportuno esaminare inizialmente il comportamento di circuiti elementari ideali, cioè costituiti da un solo elemento (resistore, induttore o condensatore).

Bisogna però tenere presente che in realtà non esistono componenti ideali, cioè resistori privi di induttanza, induttivi privi di resistenza ecc. per cui, almeno in linea teorica si dovrebbe considerare il componente nel suo insieme.

Come si avrà modo di rendersi conto seguendo la trattazione, il comportamento di un circuito può essere influenzato dalla frequenza, specie se si prendono in considerazione campi molto estesi.

Se, come è normalmente lecito, si considerano i valori di resistenza, induttanza e capacità indipendenti dalla frequenza, è possibile considerare il componente reale idealmente suddiviso in due o più elementi semplici collegati tra loro in modo tale che il loto comportamento complessivo sia equivalente a quello del componente reale.

11.6 - Circuito puramente ohmico

In un circuito puramente ohmico i valori della tensione e della corrente sono legati dalla resistenza elettrica e i vettori relativi sono in fase.

Si definisce puramente ohmico un circuito che abbia un certo valore di resistenza e le cui induttanza e capacità si possano considerare nulle o trascurabili (Figura 11.18a).

In questo caso è ancora valida la legge di Ohm come è stato visto per le correnti continue, ossia:

$$U = R \cdot I$$

dove le grandezze rappresentano i valori efficaci della tensione e della corrente (la legge è però valida anche per i valori istantanei). Le due sinusoidi della corrente e della tensione sono in fase fra loro, ossia la corrente aumenta e diminuisce contemporaneamente alla tensione (Figura 11.18 b): nella rappresentazione vettoriale tensione e corrente saranno quindi indicate con due vettori di ugual direzione e di lunghezza rispettivamente proporzionale ai due valori secondo scale scelte a priori.

È importante osservare che in presenza di un generatore di corrente alternata l'indicazione delle polarità dei morsetti e il senso convenzionale della corrente è puramente casuale in quanto il verso delle f.e.m. cambia ogni semiperiodo.

11.7 - Circuito puramente induttivo

In un circuito puramente induttivo i valori della tensione e della corrente sono legati alla reattanza induttiva e i vettori relativi sono in quadratura, con la corrente in ritardo rispetto alla tensione.

Si definisce puramente induttivo un circuito ideale che presenti un certo valore di induttanza ed abbia resistenza e capacità praticamente nulle (Figura 11.19).

Questo circuito è praticamente irrealizzabile in quanto si sa che qualsiasi conduttore presenta un certo valore di resistenza, anche se piccolo, per cui non si potrà mai ottenere una induttanza pura.

Quando in un induttore circola corrente alternata si ha la generazione, come si è visto al paragrafo 10.7, di una forza elettromotrice indotta (precisamente in questo caso si tratta di una f.e.m. di autoinduzione) opposta alla tensione di alimentazione che limita il valore della corrente (Figura 11.19). La corrente che si stabilisce nel circuito è esattamente quella che per la legge di Lenz è ne-

cessaria per creare la f.e.m. di autoinduzione in modo che quest'ultima sia in ogni istante, uguale e contraria alla tensione applicata.

Nel paragrafo 11.4 si è visto che la f.e.m. indotta è sfasata di 90° ritardo rispetto alla corrente alternata che la genera, per cui risulterà anche che la corrente è sfasata di 90° in ritardo rispetto alla tensione applicata al circuito (Figura 11.19 a). Si dice allora che la corrente in un circuito puramente induttivo è sfasata di 90° in ritardo rispetto alla tensione applicata.

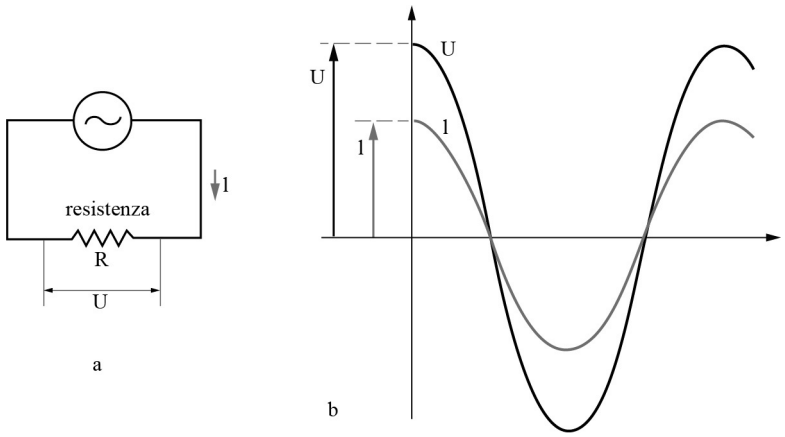


Figura 11.18 - Circuito puramente ohmico (a) e rappresentazione di tensione e corrente nel circuito (b): le grandezze sono in fase.

La legge di Ohm per un circuito induttivo corrisponde alla formula data precedentemente per la f.e.m. indotta:

$$U = -E = \omega \cdot L \cdot I = X_L \cdot I$$

La tensione è numericamente uguale alla f.e.m. autoindotta e il termine di proporzionalità fra la tensione e corrente, che si esprime con la relazione:

$$X_L = \omega \cdot L = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L$$

si chiama reattanza induttiva e viene misurata in ohm come la resistenza.

Si tenga ben presente che la reattanza induttiva non si comporta come una resistenza in quanto essa non dà origine a trasformazione in calore, ma produce un scambio di energia fra il generatore elettrico ed il campo magnetico con frequenza corrispondente a quella della corrente (Figura 11.20).

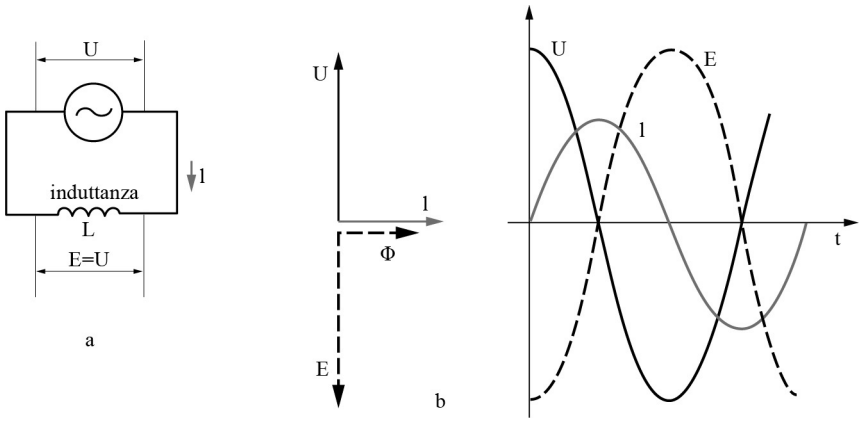


Figura 11.19 - Circuito puramente induttivo (a) e rappresentazione della tensione e della f.e.m. di autoinduzione sfasata di 90° in ritardo rispetto alla tensione (b).

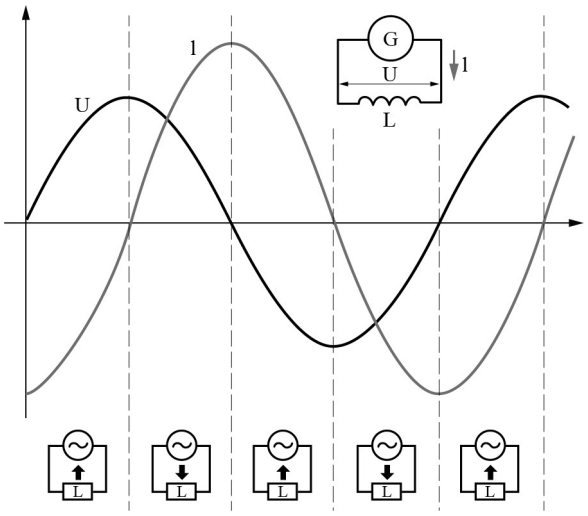


Figura 11.20 - Scambi di energia tra circuito elettrico e campo magnetico: le frecce indicano il senso dello scambio.

Il valore della reattanza è proporzionale alla frequenza per cui lo stesso elemento circuitale presenta piccola reattanza alle basse frequenze e grande reattanza alle alte frequenze. Le reattanze induttive vengono convenzionalmente sempre assunte di segno positivo.

Analogamente alla resistenza, la reattanza permette di determinare la c.d.t. che si genera nel circuito per effetto del passaggio di corrente. Si deve però tenere presente che nel diagramma vettoriale tensione e corrente devono essere disegnate sfasate di 90° e cioè disposte in quadratura. Più precisamente la corrente deve essere in quadratura ritardo rispetto alla tensione applicata e in quadratura anticipo rispetto alla f.e.m. di autoinduzione.

Continua sul prossimo fascicolo!