

RIPASSIAMO LE BASI DELL'ELETTROTECNICA

Seconda parte (1)

**L'articolo offre un quadro completo ed aggiornato delle leggi che regolano l'elettrotecnica, leggi che anche un tecnico pratico, quale può essere un installatore, non può esimersi dal conoscere per svolgere razionalmente il proprio lavoro.
Parte dieci: Azioni fra correnti e campi magnetici**

A cura della Redazione

10.5 - Autoinduzione

L'autoinduzione è un fenomeno per il quale in un circuito si manifesta una f.e.m. indotta ogni qualvolta varia la corrente che lo percorre.

Quando un conduttore è percorso da corrente si trova sempre concatenato con un campo magnetico che si stabilisce e si estingue insieme alla corrente stessa.

Ne risulta che, ad ogni variazione di corrente, anche nel circuito di cui fa parte il conduttore si manifesta una f.e.m. che, per la legge di Lenz, tende ad opporsi alla causa che l'ha generata (variazione di corrente).

Questa f.e.m. rappresenta l'effetto di induzione elettromagnetica che ogni circuito percorso da corrente esercita su se stesso e, per tale ragione, è detta di autoinduzione.

Per valutare la f.e.m. indotta si fa ricorso ad un coefficiente L , detto di autoinduzione o induttanza, che rappresenta la quantità di flusso che un circuito concatena con se stesso quando è percorso dalla corrente di 1 A.

Il flusso totale concatenato per una generica corrente I si potrà quindi esprimere mediante la relazione:

$$\Phi = L \cdot I$$

che rappresenta il legame tra una grandezza magnetica (flusso) e la grandezza elettrica che la produce (corrente).

(1) La prima parte è stata pubblicata sul fascicolo numero 760 di Maggio 2022.

Nell'ipotesi di variazione lineare della corrente, si avrà corrispondentemente una variazione del flusso concatenato $\Delta\Phi$ e nel circuito si manifesterà una f.e.m. il cui valore sarà dato da:

$$E_m = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -L \frac{\Delta I}{\Delta t}$$

dove: L = induttanza del circuito; ΔI = differenza tra i valori finali e iniziali della corrente; Δt = tempo in cui avviene la suddetta variazione.

Si noti che quanto detto sopra è in perfetta armonia con quanto esposto al paragrafo 10.2 ed in particolare con i grafici della figura 10.3.

L'induttanza L , che si esprime in henry (H), dipende dalle caratteristiche geometriche del circuito e dalle caratteristiche magnetiche del mezzo entro il quale si trova il conduttore: in particolare, sarà più elevata se si tratta di un solenoide e ancora maggiore se questo è avvolto su un nucleo di ferro.

Se il circuito è costituito da N spire avvolte su toro magnetico (Figura 10.8), il flusso totale concatenato con il circuito stesso sarà $N\Phi$ e quindi si potrà scrivere:

$$N \cdot \Phi = L \cdot I$$

Mettendo in evidenza L e moltiplicando sopra e sotto per N , il valore dell'autoinduttanza L in funzione delle caratteristiche del solenoide, sarà:

$$L = \frac{N \cdot \Phi}{I} = \frac{N^2 \cdot \Phi}{N \cdot I}$$

Come si è visto al paragrafo 8.6, $N \cdot I$ rappresenta la f.m.m, e quindi $N\Phi$ è la riluttanza magnetica R_m del solenoide. Ne consegue che l'induttanza risulterà:

$$L = \frac{N^2}{R_m}$$

Questa espressione ha il pregio di comprendere solo grandezze fisiche proprie del circuito (numero di spire, riluttanza magnetica ecc.) per cui essa consente di valutare il valore di L indipendentemente dalle condizioni di impiego del circuito (in particolare dal valore della corrente che lo attraversa. Si tenga tuttavia presente che se sono in gioco materiali magnetici, R_m non è una costante, ma varia con l'induzione, per cui a rigore L dovrebbe essere fornita sotto forma di curva in funzione di R_m , o dell'induzione.

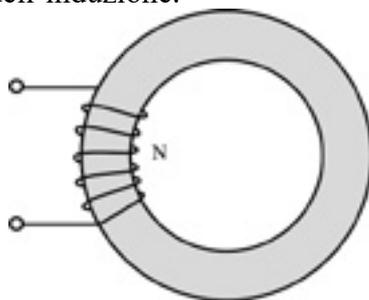


Figura 10.8 - Circuito avvolto su nucleo magnetico toroidale.

Sul fenomeno dell'autoinduzione si possono fare alcune considerazioni. Si può infatti, osservare che il circuito nel quale si genera la f.e.m. è sempre chiuso, perché si tratta del circuito induttore stesso il quale, deve essere percorso dalla corrente. Le variazioni del flusso associato a questa corrente hanno l'effetto di creare f.e.m. di autoinduzione che ostacolano, per la legge di Lenz, le variazioni della corrente nel circuito. Conseguentemente se la corrente del circuito aumenta, la f.e.m. di autoinduzione ha segno tale da ostacolare l'aumento della corrente; se, viceversa, la corrente diminuisce, la f.e.m. di autoinduzione tende a mantenerla avendo il suo stesso senso.

Ciò significa, in altre parole, che in circuiti ad elevata induttanza vi è una certa inerzia che si oppone a qualsiasi mutamento di regime. Il fenomeno si spiega col fatto che nel campo magnetico prodotto dalla corrente si accumula una certa energia che è in relazione con il valore della corrente I e con quello dell'autoinduttanza L .

Ricordando, dai paragrafo 8.9, che l'energia magnetica accumulata dal campo è data da:

$$W = \frac{1}{2} N \cdot I \cdot \Phi$$

esprimendo il flusso Φ in funzione dell'autoinduttanza di un circuito di N spire, si avrà:

$$W = \frac{1}{2} N \cdot I \cdot \frac{L \cdot I}{N} = \frac{1}{2} L \cdot I^2$$

Questa formula consente di esprimere l'energia accumulata dal campo magnetico attraverso le grandezze elettriche.

10.6 - Mutua induzione

La mutua induzione è un fenomeno per il quale in un circuito si manifesta una f.e.m. indotta per effetto della variazione di corrente che si verifica in un altro circuito magneticamente concatenato.

Si considerino due circuiti qualsiasi dei quali almeno uno percorso da corrente.

A seconda della loro forma e posizione reciproca si possono presentare tre casi: l'accoppiamento magnetico tra i due circuiti può essere perfetto, parziale o nullo in dipendenza dalle linee di forza magnetiche che, generate dal circuito percorso da corrente, si concatenano con l'altro.

Si intuisce facilmente che, nei casi di accoppiamento parziale e perfetto, i due circuiti si influenzeranno reciprocamente e, in particolare, ad ogni variazione dell'intensità di corrente nel circuito alimentato si manifesterà nell'altro una forza elettromotrice indotta.

Una valutazione diretta del grado di accoppiamento per stabilire la quantità di flusso che si concatena tra i due circuiti reciprocamente è una impresa difficile e possibile solo in alcuni casi particolari. All'atto pratico, per questo calcolo, si fa ricorso ad un coefficiente M , detto di mutua induzione (o di mutua induttanza), che definisce la quantità di flusso che si concatena con uno dei due circuiti quando l'altro è percorso da una corrente unitaria.

Per chiarire le idee si può fare riferimento ad un caso particolarmente semplice e di grande interesse pratico. Si consideri un toro di materiale ferromagnetico nel quale sono avvolti due avvolgimenti rispettivamente di N_1 e N_2 spire, supponendo inizialmente che quando uno di detti avvolgimenti è percorso da corrente il campo magnetico sia totalmente confinato nel toro (Figura 10.9).

Se l'avvolgimento 1 è percorso dalla corrente I_1 , il flusso Φ_{12} che va a concatenare l'avvolgimento 2 è espresso da:

$$\Phi_{12} = M \cdot I_1$$

Parimenti, se l'avvolgimento 2 è percorso dalla corrente I_2 , il flusso Φ_{21} che si concatena con l'avvolgimento 1 è:

$$\Phi_{21} = M \cdot I_2$$

Per il calcolo della f.e.m. che si avrebbe nell'avvolgimento 2 per effetto di una variazione della

corrente I_1 , si può ricorrere, nell'ipotesi che M sia costante e chela variazione di corrente abbia un andamento lineare, alla formula già vista al paragrafo 10.2 e precisamente:

$$E_m = - \frac{\Delta \Phi_{12}}{\Delta t} = - M \frac{\Delta I_1}{\Delta t}$$

dove Δt è il tempo in cui avviene la variazione ΔI_1 .

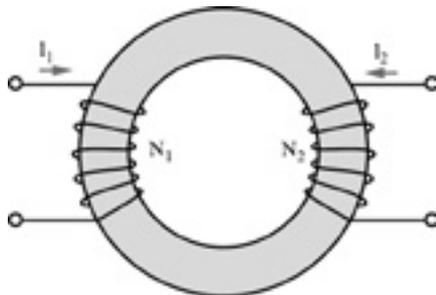


Figura 10.9 - Circuito magnetico in ferro (toro) sul quale sono avvolti due avvolgimenti.

La relazione sopra riportata è valida anche se si scambiano le funzioni dei due circuiti, ossia inviando corrente nell'avvolgimento 2 e lasciando aperto il circuito 1.

L'unità di misura della mutua induttanza è l'henry (H) che corrisponde al flusso concatenato dall'avvolgimento indotto di 1 Wb quando nel circuito eccitato circola la corrente di 1 A.

Il valore di M dipende, infine, dal mezzo in cui si svolge il campo magnetico: è costante, se il mezzo è l'aria, mentre può essere variabile se il campo si sviluppa in un materiale ferromagnetico quando interviene il fenomeno della saturazione magnetica.

Circa il significato da dare al coefficiente di mutua induttanza, si può osservare che vengano le relazioni:

$$N_2 \cdot \Phi_{12} = M \cdot I_1$$

$$N_2 \cdot \Phi_{21} = M \cdot I_2$$

Mettendo in evidenza M si ottiene:

$$M = \frac{N_2 \cdot \Phi_{12}}{I_1}$$

$$M = \frac{N_1 \cdot \Phi_{21}}{I_2}$$

Moltiplicando e dividendo i termini di destra rispettivamente per N_1 e N_2 , le relazioni assumono la forma:

$$M = \frac{N_2 \cdot N_1 \cdot \Phi_{12}}{I_1 \cdot N_1}$$

$$M = \frac{N_1 \cdot N_2 \cdot \Phi_{21}}{I_2 \cdot N_2}$$

Ma, come si è visto in precedenza $N_1 \cdot I_1$, e $N_2 \cdot I_2$, rappresentano la f.m.m. rispettivamente dei solenoidi 1 e 2, per cui i rapporti $(N_1 \cdot I_1) / \Phi_{12}$ e $(N_2 \cdot I_2) / \Phi_{21}$ esprimono la riluttanza R_m del circuito magnetico percorso dai flussi Φ_{12} e Φ_{21} . In definitiva si può scrivere:

$$M = \frac{N_2 \cdot N_1}{R_m}$$

$$M = \frac{N_2 \cdot N_1}{R_m}$$

Le relazioni evidenziano come il coefficiente di mutua induzione rappresenti il legame magnetico che sussiste fra i due circuiti.

Se entrambi i circuiti sono percorsi da correnti variabili, le f.e.m. che i circuiti si inducono reciprocamente sono (con Δt il più piccolo possibile):

$$e_1 = - \frac{\Delta \Phi_{21}}{\Delta t} = - M \frac{\Delta I_2}{\Delta t}$$

$$e_2 = - \frac{\Delta \Phi_{12}}{\Delta t} = - M \frac{\Delta I_1}{\Delta t}$$

La f.e.m. di mutua induzione di un circuito è quindi uguale al prodotto del coefficiente di mutua induzione M per il rapporto tra la variazione di corrente nell'altro circuito e il tempo in cui avviene questa variazione.

Dei due circuiti, quello che preleva energia dal generatore viene denominato induttore, mentre l'altro, nel quale viene trasferita parte della suddetta energia, è detto indotto.

Quanto esposto è valido a rigore solamente nel caso in cui i due circuiti siano perfettamente accoppiati, tali cioè che ogni linea di flusso originata dalla corrente di uno dei due penetri nell'altro circuito. In pratica ciò non si verifica mai per cui il valore del coefficiente di mutua induttanza sarà sempre inferiore a quello deducibile dalla formula sopra riportata.

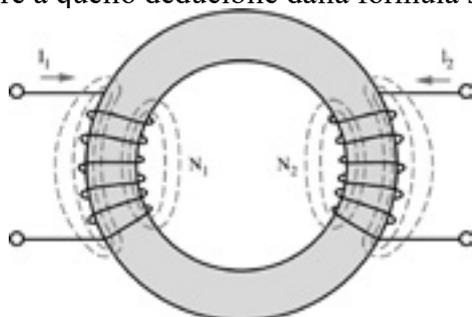


Figura 10.10 - Toro magnetico a due avvolgimenti con l'indicazione delle linee di flusso disperso.

Ciò dipende dal fatto che si verificano sempre dei flussi dispersi; ossia parte delle linee di flusso prodotte da un avvolgimento non seguono esattamente il circuito magnetico, ma si richiudono, ad esempio, attraverso l'aria, senza concatenare l'altro circuito e viceversa (Figura 10.10).

10.7 - Forze elettromagnetiche

Le forze elettromagnetiche sono forze meccaniche che si generano in seno ad un conduttore percorso da corrente quando questi viene immerso in un campo magnetico. Per effetto di tali forze il conduttore è sollecitato a spostarsi compiendo, di conseguenza, un certo lavoro. Si ottiene così la trasformazione di energia elettrica in energia meccanica.

L'origine delle forze che si sviluppano per effetto delle interazioni tra campi magnetici e circuiti percorsi da corrente può essere facilmente dedotta da quanto si è detto al Capitolo 8 a proposito degli effetti magnetici della corrente.

Si immagini un conduttore percorso da una corrente I immerso in un campo magnetico caratterizzato da una induzione B (Figura 10.11 a). Le linee di forza del campo magnetico che si stabilisce intorno al conduttore hanno un andamento circolare per cui sovrapponendosi a quelle del campo induttore daranno luogo ad un campo risultante con linee di forza addensate nello spazio ove i due campi hanno senso concorde e con linee di forza diradate nella sezione ove i campi sono in opposizione (Figura 10.11 b).

Poiché le linee di forza tendono a seguire nell'aria il percorso più breve, cioè lo spazio che presenta minore riluttanza, il conduttore è sollecitato a spostarsi nella direzione in cui il campo presenta il flusso più diradato. Ha quindi origine una forza F_2 , detta forza elettromagnetica, che spinge il conduttore a muoversi trasversalmente al campo magnetico.

Naturalmente, se si invertono le polarità del campo magnetico, oppure si cambia il senso della corrente, muta anche la direzione della forza che fa spostare il conduttore, Per poter individuare il verso secondo il quale si muove il conduttore, si può ricorrere alla regola di Fleming o regola della mano sinistra ⁽³⁾: disponendo pollice, indice e medio su tre piani perpendicolari fra loro e supponendo che l'indice indichi la direzione del flusso e il medio la direzione della corrente, il pollice definisce il verso della

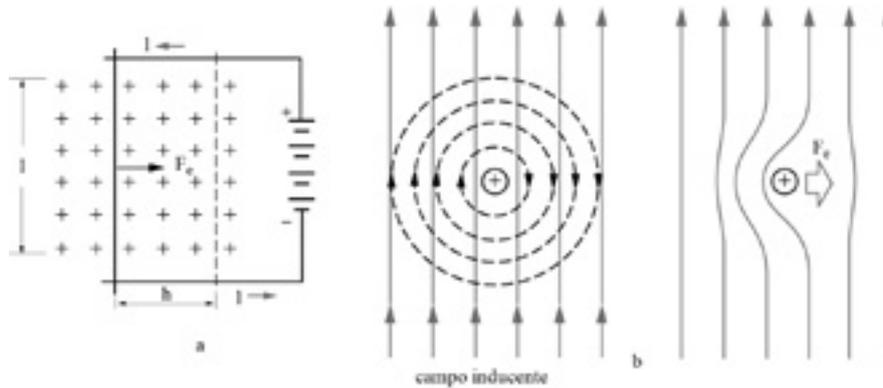


Figura 10.11 - Forza elettromagnetica in un conduttore rettilineo percorso da corrente immerso in un campo magnetico uniforme (disposizione perpendicolare alle linee di forza del campo).

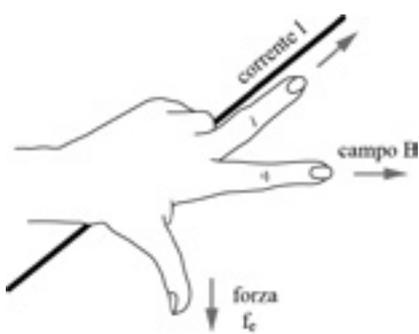


Figura 10.12 - Regola di Fleming, o della mano sinistra, per la determinazione del verso di spostamento di un conduttore soggetto a forza elettromagnetica.

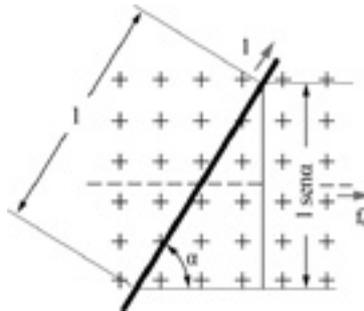


Figura 10.13 - Forza elettromagnetica in un conduttore rettilineo percorso da corrente immerso in un campo magnetico uniforme (disposizione obliqua alle linee di forza del campo).

forza F_e ovvero il senso di spostamento del conduttore (Figura 10.12).

Si dimostra che il valore che assume la forza F_e è dato da:

$$F_e = B \cdot l \cdot I$$

dove: F_e = è in newton; B = è in tesla; l = è in metri; I = è in ampere.

Qualora il conduttore sia disposto obliquamente alle linee di forze (Figura 10.13), al fine della determinazione della forza elettromagnetica si deve considerare, al posto della lunghezza l del conduttore, la sua proiezione sul piano perpendicolare al flusso e cioè il valore $l \cdot \text{sen } \alpha$ essendo α l'angolo che il conduttore forma con il piano parallelo alle linee di forza.

L'espressione della forza elettromagnetica F_e assume, in questo caso, la forma:

$$F_e = B \cdot l \cdot I \cdot \text{sen } \alpha$$

dalla quale si deduce che per $\alpha=0$, ovvero se il conduttore è parallelo al campo, la forza è nulla (se $\alpha=0$, $\text{sen } \alpha=0$).

Si supponga ora di avere due conduttori paralleli percorsi da correnti uguali di senso contrario ed immersi in un campo magnetico; per la regola della mano sinistra essi saranno, ovviamente, portati a muoversi in direzioni opposte. Se i due conduttori paralleli percorsi da correnti uguali e contrarie costituiscono due lati opposti di una spira di forma rettangolare (Figura 10.14) immersa in un campo magnetico e percorsa da corrente, essa è sollecitata a ruotare attorno al suo asse essendo i due lati che attraversano il campo sottoposti a forze di senso contrario.

Indicando con d la distanza fra i due conduttori e con α l'angolo formato dal piano della spira con il flusso, l'espressione della coppia C sarà:

$$C = F_c \cdot d \cdot \cos \alpha = B \cdot l \cdot I \cdot d \cdot \cos \alpha \quad (4)$$

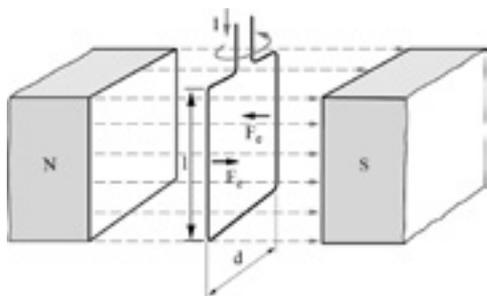


Figura 10.14 - Forza elettromagnetica in una spira percorsa da corrente disposta trasversalmente al campo.

Fino a quando ruoterà la spira? Lo si può dedurre dall'esame dell'andamento della funzione $\cos \alpha$ si vede infatti che il coseno vale 1 se $\alpha=0$, ossia se la spira è parallela alle linee di flusso, mentre il coseno è 0 se $\alpha=90^\circ$, quando cioè la spira è perpendicolare alle linee di flusso (Figura 10.15).

Si dice perciò che una spira posta entro un campo magnetico e percorsa da corrente tende a ruotare per disporsi in modo da essere attraversata dal massimo flusso.

10.8 - Reversibilità delle azioni elettromagnetiche

Tutte le azioni che si esercitano tra campi magnetici e circuiti elettrici percorsi da corrente sono reversibili.

Spostando un circuito elettrico in un campo magnetico si può produrre energia elettrica a spese di quella meccanica; analogamente, facendo percorrere lo stesso circuito da corrente, si produce energia meccanica a spese di quella elettrica.

Al paragrafo 10.2 si è visto come, in presenza di uno spostamento relativo tra un circuito elettrico e un campo magnetico, le correnti indotte nel circuito sviluppano delle forze elettromagnetiche che, per la legge di Lenz, si oppongono alla causa che le ha generate e quindi allo spostamento stesso.

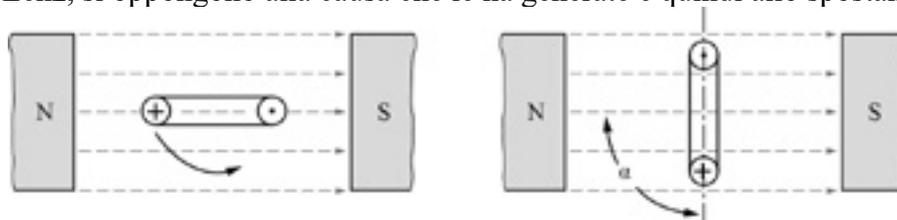


Figura 10.15 - Posizioni nelle quali il campo magnetico agisce facendo ruotare una spira.

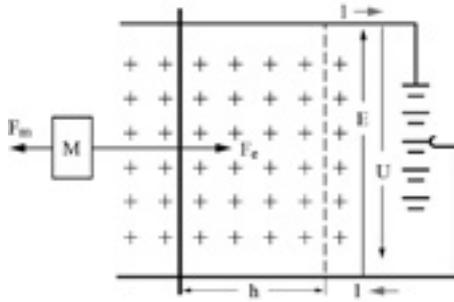


Figura 10.16 - Produzione di energia meccanica a spese di energia elettrica fornita da un generatore.

Per produrre energia elettrica facendo circolare corrente in un circuito indotto, sarà perciò necessario spendere il lavoro meccanico che è definito dalla seguente relazione:

$$F_m \cdot h = E \cdot I \cdot \Delta t$$

dove:

E = f.e.m. indotta nel conduttore;

I = corrente che circola nel conduttore;

F_m = forza da applicare al conduttore per avere uno spostamento h ;

Δt = intervallo di tempo in cui avviene lo spostamento a velocità costante.

Al paragrafo 10.7 si è invece visto che se si immerge un conduttore percorso da corrente in un campo magnetico si sviluppa una forza di natura elettromagnetica che imprime un movimento al conduttore il quale, spostandosi, può compiere un lavoro come, ad esempio, trascinare un corpo di massa M (Figura 10.16).

Tuttavia il conduttore, durante il movimento, taglia le linee di forza del campo magnetico per cui ai suoi capi si manifesta una f.e.m. indotta E che, tendendo ad opporsi alla causa che l'ha generata (circolazione di corrente), risulta di segno opposto alla tensione U assumendo quindi, rispetto ad essa, il carattere di una f.c.e.m..

Se le condizioni del circuito rimangono invariate, la corrente I si riduce di intensità e con essa anche l'intensità della forza elettromagnetica.

Per mantenere inalterato il valore di quest'ultima e di conseguenza usufruire della possibilità di svolgere del lavoro meccanico in un certo tempo Δt , si dovrà quindi aumentare il valore della tensione V in modo che la corrente I permanga costante.

In particolare, la tensione U dovrà assumere, in ogni istante, un valore tale da compensare la caduta di tensione dovuta alla resistenza R del circuito e la forza controelettromotrice E , cioè:

$$U = R \cdot I + E$$

Il lavoro meccanico che si potrà produrre è quindi definito dalla seguente relazione:

$$F_m \cdot h = E \cdot I \cdot \Delta t$$

relazione che, come si può rilevare, è uguale a quella già vista all'inizio del paragrafo.

Si può allora concludere che tutte le azioni che si esercitano tra campi magnetici e circuiti elettrici percorsi da correnti sono reversibili nel senso che, come spostando un circuito in un campo magnetico si può produrre energia elettrica a spese di quella meccanica, analogamente, facendo percorrere lo stesso circuito da una corrente, si viene a produrre energia meccanica a spese di quella elettrica. Di conseguenza qualsiasi generatore elettrico che basi il suo funzionamento sul principio dell'induzione elettromagnetica può funzionare, almeno in linea di principio, anche come motore elettrico e viceversa.

10.9 - Azioni elettrodinamiche

Le azioni elettrodinamiche sono forze meccaniche che si manifestano tra due conduttori adiacenti percorsi da corrente.

Esse possono essere di attrazione o di repulsione a seconda che le correnti che percorrono i conduttori abbiano verso concorde od opposto; in ogni caso il verso delle forze è tale da aumentare il flusso totale concatenato dai due circuiti.

Fin qui sono state esaminate le interazioni fra campi magnetici e correnti, attribuendo ai primi la funzione di induttori e considerando le seconde come elementi indotti.

Tuttavia, poiché l'azione svolta da un magnete può essere ottenuta anche da un circuito elettrico che generi un campo magnetico di pari intensità e uguale configurazione, è intuitivo che le forze elettromagnetiche possano avere origine anche fra conduttori percorsi da corrente. In questo caso le interazioni che si esercitano tra i campi elettromagnetici prendono il nome di azioni elettrodinamiche.

Si considerino due conduttori rettilinei e paralleli di cui uno fisso e l'altro mobile, posti a poca distanza fra loro. Se tali conduttori sono percorsi da correnti di egual verso, fra essi si genera una forza di attrazione (Figura 10.17a). Infatti, i campi prodotti si compongono dando luogo ad un campo risultante che agisce sui conduttori avvicinandoli per effetto della tendenza delle linee di forza di accorciare il loro percorso il più possibile.

Se invece le correnti sono di senso opposto, le forze elettrodinamiche hanno verso tale da allontanare i conduttori (Figura 10.15b). Anche in questo caso vale la regola che le forze meccaniche hanno senso tale da cercare di rendere uniformi i campi magnetici, per cui i conduttori si avvicinano se fra di essi c'è un campo meno intenso o viceversa; si può anche dire, analogamente a quanto si era visto in precedenza per la spira, che i due conduttori tendono a disporsi in modo che risulti massimo il flusso totale concatenato con i due circuiti.

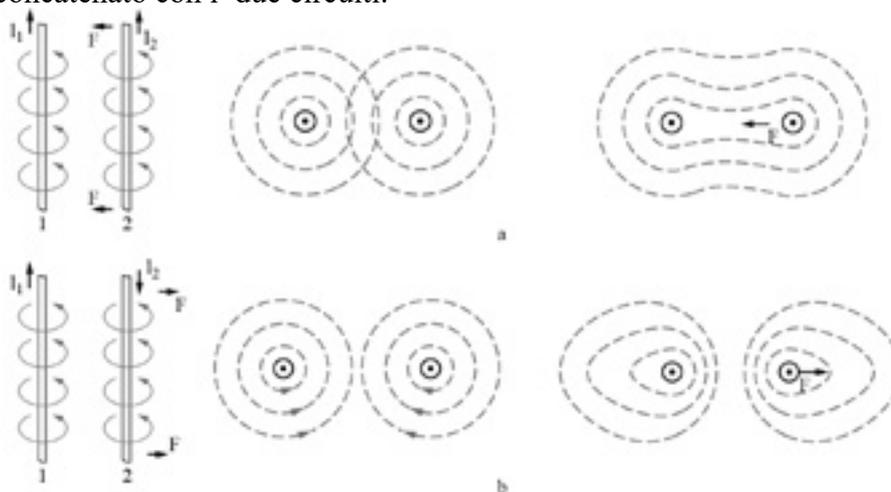


Figura 10.17 - Azioni elettrodinamiche tra due conduttori percorsi da corrente:

a - forza di attrazione;

b - forza di repulsione.

Il verso delle forze può essere definito con la regola della mano sinistra applicata indifferentemente a uno o all'altro conduttore, mentre la loro intensità risulta facilmente determinabile consi-

derando uno dei due conduttori fisso (conduttore 1) e l'altro mobile (conduttore 2) ed applicando le considerazioni svolte in relazione alle forze elettromagnetiche.

La forza elettrodinamica che agisce sul conduttore mobile risulta espressa da:

$$F = B \cdot l \cdot I_2$$

dove: l = lunghezza dei conduttori; B = induzione del campo magnetico prodotto dal conduttore fisso nel punto ove è situato il conduttore mobile percorso dalla corrente I_2 .

Ricordando che il valore dell'induzione è dato da:

$$B = \mu_0 \cdot H_1 = \mu_0 \frac{I_1}{2 \cdot \pi \cdot r}$$

in definitiva si ha:

$$F = \mu_0 \frac{l}{2 \cdot \pi \cdot r} I_1 \cdot I_2$$

La forza di attrazione o repulsione tra due conduttori percorsi da corrente risulta cioè proporzionale al prodotto delle correnti che li percorrono.

Nel caso in cui i due conduttori non risultino paralleli, la forza di attrazione determina una rotazione che tende a richiuderli l'uno sull'altro, quando le correnti hanno lo stesso verso, mentre la forza di repulsione tende a disporli in posizione perpendicolari quando le correnti sono di senso opposto (Figura 10.18).

Sul fenomeno delle azioni elettrodinamiche si basano gli strumenti di misura di tipo elettrodinamico (amperometri, voltmetri, wattmetri), costituiti da due bobine, una fissa e l'altra mobile, disposte concentricamente (Figura 10.19).

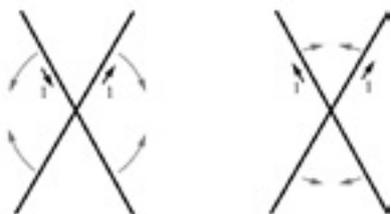


Figura 10.18 - Azioni elettrodinamiche tra conduttori che s'incrociano.

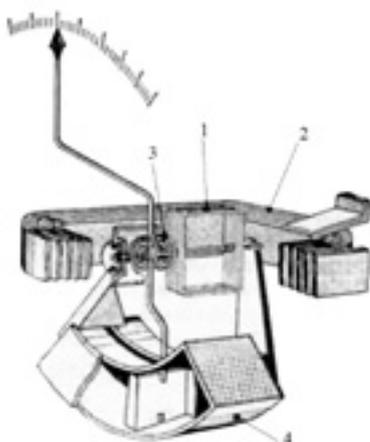


Figura 10.19 - Strumento di misura di tipo elettrodinamico:

- 1 - bobina mobile solidale all'indice;
- 2 - bobina fissa;
- 3 - molle antagoniste;
- 4 - smorzatore di oscillazioni.

Le forze che si originano tra le due bobine percorse da corrente danno luogo ad una coppia che tende a far ruotare la bobina mobile. Tale rotazione, contrastata da una molla antagonista, risulta proporzionale alle correnti che la provocano. Un indice solidale con la bobina mobile può indicare su una scala, opportunamente graduata, i valori della grandezza in esame.

10.10 - Fenomeni transitori

Le variazioni di corrente nei circuiti induttivi non sono mai istantanee, ma il passaggio da un valore all'altro avviene gradualmente con andamento che dipende dai parametri del circuito. La durata dei transitori è tanto maggiore quanto più elevata è l'induttanza del circuito e quanto più piccola è la resistenza.

L'inerzia opposta dai circuiti induttivi alle variazioni di regime si rileva chiaramente nel caso particolare in cui si effettua la chiusura o l'apertura del circuito stesso.

Si consideri il circuito di figura 10.20a nel quale l'induttanza L e la resistenza R rappresentano i corrispondenti parametri di un induttore reale, e si assuma per semplicità nulla la resistenza interna del generatore (tensione costante ai morsetti).

Se si chiude l'interruttore, nel circuito inizia a circolare corrente, ma poiché contemporaneamente si sviluppa ai capi dell'induttanza una f.e.m. di autoinduzione che tende ad opporsi al passaggio della corrente, quest'ultima crescerà lentamente secondo un andamento tipico, detto esponenziale, (Figura 10.20b). Il suo valore di regime $I = U/R$ si potrà considerare raggiunto solo dopo un certo tempo T pari a 4 ÷ 5 volte il parametro τ , detto costante di tempo, il cui valore è dato dal rapporto:

$$\tau = \frac{L}{R}$$

Se L è espressa in henry e R in ohm, τ risulta in secondi.

In ogni istante del fenomeno transitorio la caduta di tensione sul resistore risulterà:

$$U_R = R \cdot I$$

mentre quella sull'induttore sarà:

$$U_L = -L \frac{\Delta I}{\Delta t}$$

e in ogni istante dovrà pure essere:

$$U = U_R + U_L$$

L'andamento delle tensioni in gioco è riportato nella figura 10.20c.

Un comportamento sostanzialmente diverso, ma sempre legato al fenomeno di induzione elettromagnetica, si manifesta all'apertura del circuito (Figura 10.21).

Per rendersi conto di ciò che accade in queste circostanze si deve tenere presente che nell'induttore L è immagazzinata al momento che precede l'interruzione una energia magnetica data da:

$$W = \frac{1}{2} L \cdot I^2$$

Questa energia deve essere restituita dall'induttore che deve passare alla condizione di corrente nulla.

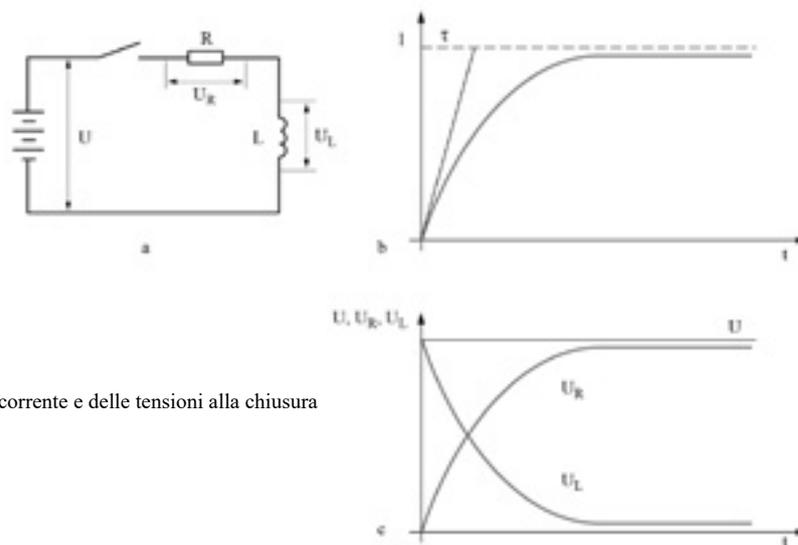


Figura 10.20 - Andamento della corrente e delle tensioni alla chiusura di un circuito ohmico-induttivo.

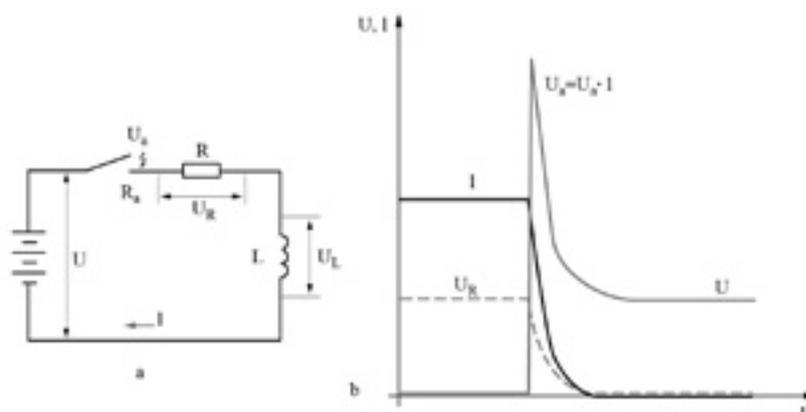


Figura 10.21 - Transitorio di apertura in un circuito ohmico-induttivo.

Quando i contatti dell'interruttore si aprono e la corrente tende a modificare il suo valore per portarsi a zero si manifesta ai capi dell'induttore una f.e.m. di autoinduzione che tende a mantenere la corrente preesistente.

Il valore della f.e.m. suddetta è definito in ogni istante dalla relazione:

$$e = -L \frac{\Delta I}{\Delta t}$$

per la quale si è supposto l'induttore ideale, cioè privo di resistenza. Il valore di e può risultare molto elevato perché dipende dalla velocità con la quale la corrente viene annullata (più piccolo è Δt , più elevata è la f.e.m. di autoinduzione). Si può osservare che se l'interruttore fosse in grado di interrompere la corrente in un tempo Δt infinitamente piccolo ne risulterebbe una f.e.m. infinitamente grande. All'atto pratico succede che la f.e.m. di autoinduzione si manifesta tra i contatti dell'interruttore che si stanno allontanando provocando tra questi un arco elettrico che prolunga il permanere della corrente nel circuito e nello stesso tempo limita la f.e.m. (in quanto la corrente varia più lentamente). L'arco elettrico inoltre allungandosi aumenta la sua resistenza elettrica e pertanto il fenomeno risulta smorzato. Per quanto detto in precedenza è facile intuire che l'apertura

di un circuito fortemente induttivo percorso da corrente continua può generare f.e.m. decisamente più elevate della tensione in gioco nel circuito stesso ed è sempre preferibile che l'interruzione della corrente non avvenga in modo troppo brusco. La variabilità della resistenza d'arco non permette di svolgere una trattazione valida per tutti i casi. Nella figura 10.21 sono riportati gli andamenti tipici delle grandezze in gioco. In ogni istante deve essere rispettata la relazione:

$$U = R \cdot I + R_a \cdot I - L \frac{\Delta I}{\Delta t}$$

nella quale la resistenza dell'arco R_a è variabile da 0 a infinito.

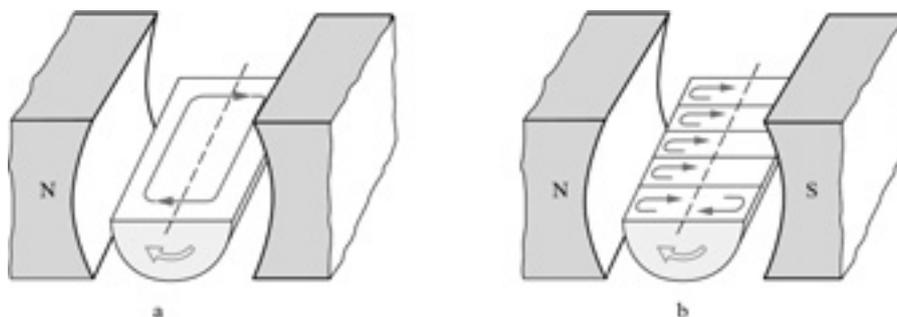


Figura 10.22 - Correnti parassite all'interno di un cilindro rotante tra due poli:
a - cilindro massiccio;
b - cilindro laminato.

10.11 - Correnti parassite

Qualsiasi massa metallica che ruoti o si sposti all'interno di un campo magnetico diventa sede di correnti indotte che circolano secondo percorsi chiusi su se stessi.

Queste correnti, dette parassite o di Foucault, producono perdite di energia e riscaldamento di materiali.

I corpi metallici massicci sottoposti all'azione di campi magnetici variabili diventano sede, per effetto dell'induzione elettromagnetica, di correnti indotte che circolano entro la massa metallica lungo percorsi chiusi disposti su piani perpendicolari alle linee di forza. Queste correnti, dette parassite o di Foucault (1819-1868), possono avere valori molto elevati e di norma producono effetti indesiderati quali perdite di energia e riscaldamenti.

Per questo motivo, nella costruzione di apparecchiature elettriche interessate da correnti variabili, si adottano provvedimenti tendenti a limitare, nelle parti metalliche massicce, la presenza delle correnti parassite.

Lo scopo si ottiene sostituendo queste masse con una serie di lamierini isolati fra loro (pacco lamiera) e disposti nella direzione che, secondo la regola della mano destra, avrebbe la f.e.m. indotta: in tal modo si sostituisce un unico circuito massiccio (Figura 10.22a) e quindi di minima resistenza elettrica, con tanti circuiti (Figura 10.22b) di minimo percorso che offrono una maggior resistenza e nei quali si induce una f.e.m. minore, per cui, in definitiva, le correnti indotte risultano fortemente ridotte.

ESERCIZI SVOLTI

Esercizio 1 - Una spira di materiale conduttore è immersa in un campo magnetico uniforme. Il flusso viene fatto variare linearmente da 2,2 a 0,9 Wb in 0,12 s. Calcolare il valore della f.e.m. indotta nella spira e tracciare i diagrammi delle grandezze.

Soluzione

Il calcolo della f.e.m. indotta, che per la legge di variazione del flusso è di valore costante, può essere svolto utilizzando la formula:

$$E = -\frac{\Phi_2 - \Phi_1}{t} = -\frac{0,9 - 2,2}{0,12} = 10,83 \text{ V}$$

Il segno meno posto davanti alla formula è imposto dalla legge di Lenz.

I diagrammi delle grandezze sono riportati a lato.

Si osservi che l'istante iniziale è arbitrario.

Esercizio 2 - Determinare quale deve essere la variazione di flusso necessaria per indurre in 5 spire la f.e.m. costante di - 22,5 V per la durata 0,085 s.

Soluzione

La prima deduzione da fare riguarda il modo con il quale il flusso deve variare: essendo richiesta una f.e.m. costante, la variazione di flusso deve essere lineare.

Il calcolo della variazione di flusso si esegue con la formula:

$$\Phi_2 - \Phi_1 = -\frac{E}{N}t = \frac{(-22,5)}{5}0,085 = 0,382 \text{ Wb}$$

Si osservi che la variazione richiesta può essere ottenuta partendo da un valore iniziale di flusso Φ_1 di valore qualsiasi. Nei due grafici del flusso, riportati a lato, sono state indicate due delle possibili condizioni.

Esercizio 3 - Un conduttore si muove a velocità costante di 1,2 m/s, perpendicolarmente alle linee di forza di un campo magnetico costante di induzione 0,42 T. Se il conduttore è lungo 2,2 m, quale sarà la f.e.m. indotta? Quale dovrebbe essere la velocità se si volesse raddoppiare la f.e.m.?

Soluzione

Per il calcolo della f.e.m. indotta si deve applicare la formula seguente:

$$E = -B \cdot l \cdot v = -0,42 \cdot 2,2 \cdot 1,2 = -1,109 \text{ V}$$

Poiché la f.e.m. è direttamente proporzionale alla velocità, per raddoppiarla è necessario raddoppiare la velocità.

Esercizio 4 - Calcolare la f.e.m. di autoinduzione che una variazione lineare di corrente di + 2 A, in 0,031 s, provoca in una induttanza di 0,12 H.

Soluzione

La soluzione è immediata e basta applicare la formula:

$$E = -\frac{\Delta\Phi}{t} = -L \frac{\Delta I}{\Delta t} = -0,12 \frac{2}{0,031} = -7,742 \text{ V}$$

Il segno - è dovuto alla legge di Lenz. Il problema presuppone che la variazione di corrente sia positiva, cioè che il valore iniziale sta inferiore a quello finale.

Esercizio 5 - Si calcoli l'induttanza che si ottiene con 19 spire avvolte in modo che la riluttanza del circuito magnetico sia di $0,12 \text{ H}^{-1}$ si determini quindi l'energia accumulata dal campo magnetico quando le spire sono percorse dalla corrente di 5 A.

Soluzione

Il valore della induttanza si calcola con la formula:

$$L = \frac{N^2}{R_m} = \frac{19^2}{0,12} = 3\,008 \text{ H}$$

Per il calcolo dell'energia accumulata conviene utilizzare tra le varie formule disponibili quella che consente il calcolo diretto a partire dalla corrente e dalla induttanza:

$$W = \frac{1}{2} L \cdot I^2 = \frac{1}{2} 3008 \cdot 5^2 = 37\,600 \text{ J}$$

Esercizio 6 - In un campo di induzione costante $0,18 \text{ T}$, si muove perpendicolarmente alle linee di forza un conduttore lungo $0,33 \text{ m}$. Si calcoli il valore della forza che si manifesta quando il conduttore è percorso da 10 A . Si valuti quindi quale valore di induzione sarebbe necessaria per avere la stessa forza con la stessa velocità e la stessa corrente se il conduttore fosse ridotto a $1/3$.

Soluzione

Il calcolo della forza si esegue con la formula:

$$F = B \cdot l \cdot I = 0,18 \cdot 0,33 \cdot 10 = 0,594 \text{ N}$$

In questa formula l'induzione e la lunghezza del conduttore sono tra loro inversamente proporzionali. Quindi per avere la stessa forza, se la lunghezza del conduttore viene ridotta ad un terzo, l'induzione dovrà essere tre volte più grande. Si può fare anche il calcolo impostando la proporzione:

$$B_1 \cdot B_2 = I_1 \cdot I_2$$

nella quale con gli indici 1 e 2 si indicano le condizioni dei due casi. Si avrà quindi:

$$B_2 = \frac{I_1}{I_2} B_1 = \frac{0,33}{0,33/3} 0,18 = 0,54 \text{ T}$$

Esercizio 7 - Si calcoli l'induzione del campo prodotto da una corrente di $25,5 \text{ A}$ in un conduttore rettilineo in un punto che dista $0,023 \text{ m}$ dal centro del conduttore stesso. Si calcoli quindi la forza che agisce tra due conduttori del tipo indicato posti a distanza di $0,28 \text{ m}$ lunghi $0,5 \text{ m}$ nel caso di correnti uguali ed equiverse.

Soluzione

Per il calcolo della induzione conviene partire dalla legge di Ampere che permette di calcolare l'intensità del campo:

$$H = \frac{I}{2 \cdot \pi \cdot r} = \frac{25,5}{2 \cdot 3,14 \cdot 0,023} = 176,5 \text{ Asp/m}$$

Se si ipotizza che i conduttori siano in aria, il valore della induzione si calcola immediatamente:

$$B = \mu_0 \cdot H = 1,256 \cdot 10^{-6} \cdot 176,5 = 0,22 \cdot 10^{-3} \text{ T}$$

Per il calcolo della forza che agisce sui due conduttori si può innanzitutto osservare che essendo le correnti equiverse la forza sarà di attrazione.

Il suo valore si calcola con la relazione:

$$F = \mu_0 \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot r} I_1 \cdot I_2 = 1,256 \cdot 10^{-6} \frac{0,5}{2 \cdot 3,14 \cdot 0,28} \cdot 25,5 \cdot 25,5 = 0,232 \cdot 10^{-3} \text{ N}$$

Esercizio 8 - Un circuito è costituito da un induttore da 0,12 H e da un resistore da 121 Ω , posti tra loro in serie. Se si applica al gruppo una tensione continua costante di 24 V quale sarà la corrente a transitorio di inserzione esaurito? Dopo quanto tempo si potrà considerare completato il transitorio stesso?

Soluzione

L'andamento del fenomeno è quello riportato in figura. Il valore della corrente a regime I , si calcola con la legge di Ohm:

$$I_r = \frac{U}{R} = \frac{24}{121} = 0,198 \text{ A}$$

Si sa poi che il transitorio si può considerare esaurito dopo un tempo pari a circa 4 volte la costante di tempo τ .

Quindi si calcola τ :

$$\tau = \frac{L}{R} = \frac{0,12}{121} = 0,992 \cdot 10^{-3} \text{ s}$$

Il transitorio sarà praticamente esaurito dopo:

$$T = 0,992 \cdot 10^{-3} \cdot 4 = 3,97 \cdot 10^{-3} \text{ s}$$

Esercizio 9 - Un circuito magnetico viene eccitato con un solenoide costituito da 120 spire nel quale viene impressa la corrente di 32,5 A.

Nel circuito la cui sezione è di 85 000 mm² si stabilisce un flusso di 0,35 Wb.

Si calcolino i valori della f.m.m. e della riluttanza del circuito e l'induzione.

Soluzione

Il calcolo della f.m.m. impressa è immediata con la formula:

$$M = N \cdot I = 120 \cdot 32,5 = 3\,900 \text{ Asp}$$

Per determinare il valore della riluttanza del circuito magnetico si deve applicare la legge di Hopkinson:

$$R_m = \frac{M}{\Phi} = \frac{3\,900}{0,35} = 11\,140 \text{ H}^{-1}$$

Il valore della induzione si determina dopo aver riportato la sezione del circuito a metri quadrati:

$$85\,000 \text{ mm}^2 = 0,085 \text{ m}^2$$

si ottiene quindi:

$$B = \frac{\Phi}{A} = \frac{0,35}{0,085} = 4,12 \text{ T}$$

ESERCIZI DA SVOLGERE

Es. 1 - La variazione di flusso da $\Phi_1 = -0,5$ Wb a $\Phi_2 = 0$ Wb viene effettuata linearmente in 0,050 s. Calcolare la forza elettromotrice indotta in 18 spire concatenate con detto flusso.

(Risultato: 180 V)

Es. 2 - In quanto tempo deve variare il flusso che passa da $\Phi_1 = 0,12$ Wb a $\Phi_2 = -0,08$ Wb affinché in 4 spire che concatenano il flusso stesso venga indotta una f.e.m. di - 18 V.

(Risultato: 0,044 s)

Es. 3 - Si determini il valore di induttanza necessario per accumulare 12 200 J con una corrente di 185 A e successivamente il valore dell'energia che si accumulerebbe se la corrente fosse portata a 290 A.

(Risultato: $L = 0,713$ H; $W = 29\,979$ J)

Es. 4 - Un conduttore si muove con moto uniforme in un campo magnetico di induzione 0,25 T, ed è lungo 0,48 m. Quale velocità dovrà assumere per indurre una f.e.m. di 0,39 V?

(Risultato: 3,25 m/s)

Es. 5 - Un campo magnetico accumula 37 250 J con una corrente di 52,5 A e 725 spire. Si calcoli l'induttanza, il valore del flusso e quello delle f.m.m..

(Risultato: $L = 27,03$ H; $\Phi = 1,96$ Wb; $M = 38\,062$ Asp)

Es. 6 - Si calcoli quale corrente deve percorrere un conduttore rettilineo posto in aria per avere alla distanza di 0,012 m, l'induzione di $0,212 \cdot 10^{-3}$ T.

(Risultato: 12,72 A)

Es. 7 - Tra due conduttori rettilinei posti alla distanza di 0,033 m agisce una forza di repulsione di $0,112 \cdot 10^{-3}$ N. Se i conduttori sono lunghi 2,25 m e se uno di essi è percorso da una corrente di 52,5 A, si calcoli il valore e il segno della corrente che percorre l'altro conduttore.

(Risultato: 0,156 A)

Es. 8 - La costante di tempo di un circuito serie R-L è di 0,021 s. Se la resistenza è di 71,5 Ω il, quale valore ha l'induttanza? Quale sarà il valore della corrente al momento della chiusura del circuito e quale quello a transitorio esaurito applicando una tensione di 12 V?

(Risultato: $L = 1,5$ H; $I_c = 0$ alla chiusura; $I_r = 0,168$ A a regime)